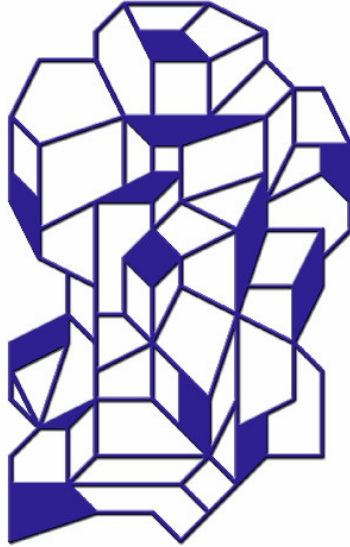




ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΠΡΟΚΛΗΣΕΙΣ

Σάκης Λιπορδέζης Νίκος Λυγερός Νίκος Φωτιάδης



Design by Romi Neróni

Προβλήματα για την ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης

ΝΕΑ ΣΤΗΛΗ

Για τους λάτρεις των γρίφων και της μαθηματικής σκέψης εγκαινιάζουμε την στήλη ο γρίφος της εβδομάδας. Οι γρίφοι επιλέγονται από το υπό έκδοση βιβλίο των Ν. Λυγερού, Σ. Λιπορδέζη, Ν.Φωτιάδη.

ΔΕΚΑΤΟΣ ΤΡΙΤΟΣ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟΣ ΓΡΙΦΟΣ ΤΟΥ ΑΙΝΣΤΑΙΝ (13-02-2006)

Υπάρχουν 5 σπίτια, πέντε διαφορετικών χρωμάτων. Σε κάθε ένα σπίτι ζει ένας άνθρωπος διαφορετικής εθνότητας. Οι πέντε ιδιοκτήτες πίνουν ένα συγκεκριμένο είδος ποτού, καπνίζουν μία συγκεκριμένη μάρκα τσιγάρων και έχουν ένα συγκεκριμένο κατοικίδιο. Όλοι έχουν μεταξύ τους διαφορετικά κατοικίδια, διαφορετικές μάρκες τσιγάρων και διαφορετικά είδη ποτών.

Η ΕΡΩΤΗΣΗ ΕΙΝΑΙ:

«Ποιος έχει το ψάρι;»

ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

- A. Ο Άγγλος μένει στο κόκκινο σπίτι.
- B. Ο Σουηδός έχει ένα σκύλο.
- C. Ο Δανός πίνει τσάι.
- D. Το πράσινο σπίτι είναι αριστερά από το άσπρο σπίτι.
- E. Ο ιδιοκτήτης του πράσινου σπιτιού πίνει καφέ.
- F. Αυτός που καπνίζει Pall Mall εκτρέφει πουλιά.
- G. Ο ιδιοκτήτης του κίτρινου σπιτιού καπνίζει Dunhill.
- H. Αυτός που μένει στο μεσαίο σπίτι πίνει γάλα.
- I. Ο Νορβηγός μένει στο πρώτο σπίτι.
- J. Αυτός που καπνίζει Blends μένει δίπλα σε αυτόν που έχει γάτες.
- K. Αυτός που έχει το άλογο μένει δίπλα σ' αυτόν που καπνίζει Dunhill.
- L. Ο ιδιοκτήτης που καπνίζει Blu Masters πίνει μπύρα.



- Μ. Ο Γερμανός καπνίζει Prince.
- Ν. Ο Νορβηγός μένει δίπλα στο μπλε σπίτι.
- Ο. Αυτός που καπνίζει Blends έχει γείτονα που πίνει νερό.

Ο Αϊνστάιν έγραψε αυτό το γρίφο. Υποστήριξε ότι το 98% των ανθρώπων δεν μπορούν να το λύσουν.

ΛΥΣΗ ΔΩΔΕΚΑΤΟΥ ΓΡΙΦΟΥ (06-02-2006)

Έστω $n = 2^k \cdot 3^\lambda \cdot 5^\mu$ θα βρούμε τους k, λ, μ . Θέλουμε $3n = 3 \cdot 2^k \cdot 3^\lambda \cdot 5^\mu = 2^k \cdot 3^{\lambda+1} \cdot 5^\mu$ να είναι τέλειος κύβος άρα θα πρέπει:

k πολλαπλάσιο του 3,
 $\lambda+1$ πολλαπλάσιο του 3 και
 μ πολλαπλάσιο του 3 (1).

Επίσης θέλουμε $4n = 4 \cdot 2^k \cdot 3^\lambda \cdot 5^\mu = 2^{k+2} \cdot 3^\lambda \cdot 5^\mu$ να είναι τέλεια τέταρτη δύναμη άρα πρέπει:

$k+2$ πολλαπλάσιο του 4,
 λ πολλαπλάσιο του 4 και
 μ πολλαπλάσιο του 4 (2).

Τέλος $5n = 5 \cdot 2^k \cdot 3^\lambda \cdot 5^\mu = 2^k \cdot 3^\lambda \cdot 5^{\mu+1}$ και θέλουμε να είναι τέλεια πέμπτη δύναμη, οπότε πρέπει:

k πολλαπλάσιο του 5,
 λ πολλαπλάσιο του 5 και
 $\mu+1$ πολλαπλάσιο του 5 (3).

Έτσι από (1), (2), (3) για το k ζητώ πολλαπλάσιο του 3 και 5 ενώ το $k+2$ να είναι πολλαπλάσιο του 4, οπότε $k=30$ είναι ένας τέτοιος αριθμός.

Ομοίως για το λ από (1), (2), (3) ζητώ να είναι πολλαπλάσιο του 4, 5 και το $\lambda+1$ πολλαπλάσιο του 3. Ένας τέτοιος αριθμός είναι $\lambda=20$.

Ομοίως για το μ από (1), (2), (3) θέλουμε πολλαπλάσιο του 3 και 4 και το $\mu+1$ πολλαπλάσιο του 5. Ένας τέτοιος αριθμός είναι ο $\mu=24$ οπότε $n = 2^{30} \cdot 3^{20} \cdot 5^{24}$. Εκείνο που έχει σημασία να καταλάβουμε είναι ότι μ αυτόν τον τρόπο βρήκαμε έναν πάρα πολύ μεγάλο αριθμό, του οποίου η κυβική ρίζα, η 4^η ρίζα και η 5^η ρίζα ταυτόχρονα είναι ακέραιος αριθμός ή αλλιώς ότι είναι τέλειος κύβος, τέλεια 4^η δύναμη και τέλεια 5^η δύναμη ακεραίου αριθμού.

Στο Β' ερώτημα του γρίφου ζητάμε να δούμε αν μπορούμε να βρούμε αριθμό που επιπλέον από τα προηγούμενα μπορεί να είναι τέλεια 6^η δύναμη.

Με τον ίδιο τρόπο εργαζόμενοι έχουμε $6n = 6 \cdot 2^k \cdot 3^\lambda \cdot 5^\mu = 2 \cdot 3 \cdot 2^k \cdot 3^\lambda \cdot 5^\mu = 2^{k+1} \cdot 3^{\lambda+1} \cdot 5^\mu$ οπότε πρέπει:



$\kappa+1$ πολλαπλάσιο του 6
 $\lambda+1$ πολλαπλάσιο του 6 και
 μ πολλαπλάσιο του 6 (4).

Από τις (1), (2), (3) ο κ είναι 30, 90, 150 κλπ. οπότε σύμφωνα με την (4) ο $\kappa+1$ θα λήγει σε 1, θα είναι δηλαδή 31, 91, 151 οπότε αδύνατο να διαιρείται με 6 και έτσι δεν μπορούμε να βρούμε έναν τέτοιο αριθμό.