PERFECTION

The Journal of the Pi Society

1 01/2000

PERFECTION

The Journal of the Pi Society

1 01/2000

The Pi Society

14 avenue Condorcet, 69100 Villeurbanne, France

Je me suis souvent hasardé dans ma vie à avancer des propositions dont je n'étais pas sûr ; mais tout ce que j'ai écrit là est depuis bientôt un an dans ma tête, et il est trop de mon intérêt de ne pas me tromper pour qu'on me soupçonne d'avoir énoncé des théorèmes dont je n'aurais pas la démonstration complète. Evariste Galois

Description

Name of the society : The Pi Society
Date of foundation : 1999
Cut-off : 99.9999th percentile
Spirit of the Society : M-classification
Structure : International Membership
Journal of the Society : Perfection
Language of the Journal : Free

Qualifying Scores

The following are minimum qualifying scores for membership in the Pi Society.
Test by P. Cooijmans : The Nemesis Test : 176
Test by P. Cooijmans : Test for Genius (short form) : 176 (before 1999)
Test by P. Cooijmans : Test for Genius (long form) : 176
Test by P. Cooijmans : Space, Time and Hyperspace : 176
Test by P. Cooijmans : Daedalus Test : 176
Test by P. Cooijmans : The Test to End All Tests: 176
Test by R. Hoeflin, Ph.D. : Mega Test : 176 (before 1999)
Test by R. Hoeflin, Ph.D. : Titan Test : 176 (before 1999)
Test by R. Hoeflin, Ph.D. : The Hoeflin Power Test : 176 (before 2000)
Test by R. Jonasson : Logima Strictica : 176
Test by K. Langdon : LAIT : 173 (before 1994)
Test by N. Lygeros, Ph.D. : G-Test : 176

M-classification

N. Lygeros

«Dans ce travail, il est plus profitable que dans tout autre de reconsidérer incessamment sous de nouveaux aspects comme étant irrésolues, des questions tenues pour résolues.»
Ludwig Wittgenstein

1. L'intelligence existe. (au sens de Platon)

1.01 Pour la théorie du quotient intellectuel, l'intelligence est une observable. (au sens de Heisenberg)

1.1 Le quotient intellectuel mesure l'intelligence dans les domaines suivants : mathématiques, sciences, philosophie et lettres.

1.2 Le terme intelligence de (1) s'identifie avec celui de (1.1) via la méthode de l'isomorphisme. (au sens de Sidis)

1.3 Il existe une classification normée de l'intelligence ; elle correspond à l'échelle du quotient intellectuel.

1.31 Cette classification normée mesure non seulement la vivacité mais aussi la puissance de raisonnement.

1.4 Dans l'échelle du quotient intellectuel, il existe des changements de phase critiques qui correspondent à des aspects qualitatifs.

« L'humanité a toujours pressenti qu'il devait exister un domaine de questions où les réponses sont - a priori - groupées symétriquement selon une configuration régulière et close. »
Ludwig Wittgenstein

2. Les valeurs fondamentales des changements de phase critiques sont égales à : 1/1000, 1/1000000, 1/1000000000 (au sens de la rareté) i.e. 150, 176, 196 au sens du quotient intellectuel.

2.01 Les aspects qualitatifs de ces valeurs fondamentales correspondent, de manière suffisante mais non nécessaire, respectivement aux notions de : surdoué, génie et génie universel.

2.1 Le surdoué est une singularité dans la variété cognitive de l'humanité.

2.11 Un mouvement aléatoire même s'il obéit à des règles élémentaires peut produire une structure complexe (principe d'auto-organisation). Ainsi, via des processus locaux, il existe une solution globale même sans connaissance globale.

2.12 Cependant, même infinie, une connaissance locale ne conduit pas nécessairement à une connaissance globale et ceci implique la nécessité d'une abduction créative.

2.2 Le génie est une singularité générique dans la variété cognitive de l'humanité.

2.21 Le génie est un surdoué créateur.

2.211 L'acte créateur, via la pensée, est la condition sine qua non de son existence.

2.22 Pour la dynamique cognitive, le génie est un point attractif.

2.3 Le génie universel est une singularité essentielle dans la variété cognitive de l'humanité.

2.31 Le génie universel est un génie dont l'existence, via son oeuvre, transforme l'humanité.

2.32 Pour la dynamique cognitive, le génie universel est un point super-attractif.

2.33 Le génie universel est nécessairement altruiste.

«Surtout, ne pas se soucier de ce qu'on a un jour écrit. Surtout, commencer toujours par une pensée neuve, comme si absolument rien n'avait encore eu lieu. » Ludwig Wittgenstein

3. Archétypes de surdoué, génie et génie universel : Achille, Ulysse et Prométhée.
3.1 Paradigmes de génies : Champollion, Chomsky, Descartes, Feynman, Hawking, Newton, Nietzsche, Ramanujan, Voltaire et Wittgenstein.
3.2 Paradigmes de génies universaux :Archimède, Aristote, Dostoievsky, Einstein, Galilée, Goethe, Leibniz, Pascal, Socrate et Vinci.

«A première vue, il semble que ce qui donne à la pensée son caractère singulier, c'est qu'il s'agit d'une suite d'états mentaux, et il semble que ce qui est curieux et difficile à comprendre à propos de la pensée, ce sont les processus qui se déroulent dans le medium, processus possibles seulement dans ce medium.» Ludwig Wittgenstein

4. Il existe des corrélations entre la notion d'intelligence et celles de culture, pensée et découverte lorsque celles-ci sont extrêmes.
4.1 Si le quotient intellectuel est supérieur à 150, nous constatons une corrélation entre intelligence et culture. Comme si à partir de cette valeur l'individu se devait d'utiliser un substrat intellectuel enrichi.
4.1.1 Les tests verbaux, non limités dans le temps, sont efficaces pour mesurer cette corrélation.
4.1.2 Ces tests permettant l'accès à la connaissance encyclopédique, leurs aspects culturels ou la projection de l'activité mentale de leurs créateurs ne peuvent en aucun cas être négatifs. Car de cette manière, la difficulté culturelle apparente se transforme en une difficulté heuristique.
4.2 Si le quotient intellectuel est supérieur à 160, nous constatons une corrélation entre intelligence et pensée. Comme si à partir de cette valeur l'individu pouvait mener de front : rapidité de l'intelligence et puissance de la pensée.
4.2.1 Les tests spatiaux et numériques, non limités dans le temps, sont efficaces pour mesurer cette corrélation.
4.2.2 Intelligence et pensée sont différentes : l'une est innée et fluide, l'autre est acquise et cristallisée.
4.2.3 Nous pouvons apprendre à penser, non à être intelligent.
4.2.4 Les tests rapides mesurent l'intelligence simple et les tests non limités dans le temps mesurent la pensée complexe.
4.2.5 L'intelligence est une matière première que la pensée structure.
4.2.6 La pensée est le langage de l'intelligence.
4.3 Si le quotient intellectuel est supérieur à 176, nous constatons une corrélation entre intelligence et découverte. Comme si à partir de cette valeur l'individu éprouvait la nécessité d'utiliser son intelligence pour découvrir.
4.3.1 Seuls les tests extrêmes ont la capacité de mesurer cette corrélation.
4.3.2 L'esprit de synthèse engendre la nécessité de création.
4.3.3 La découverte est la finalité de l'intelligence.

«La voie que j'ai parcourue est la suivante : l'idéalisme isole du monde des hommes en tant qu'êtres uniques ; le solipsisme m'isole moi seul ; et je vois en fin de compte que j'appartiens moi aussi au reste du monde ; d'un côté, il ne reste donc rien, de l'autre, le monde en tant qu'être unique. Ainsi l'idéalisme, rigoureusement développé, conduit au réalisme.» Ludwig Wittgenstein

5. Le groupe est supérieur à l'ensemble de ses éléments.

5.1 La conscience de la rareté des singularités cognitives implique la nécessité d'une structure.

5.1.1 De l'ensemble des éléments émerge une structure de groupe. (au sens de Galois)

5.2 La topologie du groupe est neuronale. (au sens de Changeux)

5.3 A l'instar de la théorie des faisceaux, dans le groupe, chaque élément éclaire les autres. (au sens de Grothendieck)

5.3.1 La combinaison d'abstractions algorithmiques se transforme dans le groupe en une abstraction globale.

5.3.2 La synergie du groupe engendre un rayonnement global et unifié.

5.3.3 Ce rayonnement, via une transgression gnoséologique, génère une heuristique.

5.3.4 Cette heuristique est un paradigme de raisonnement non uniforme. (au sens de Hofstadter)

5.4 Le groupe est hyper-chargé en g. (au sens de Spearman)

5.5 Le groupe est un lieu de brainstorming.

5.5.1 Si le groupe atteint une masse critique alors il devient un lieu de créativité et de découverte.

5.6 Le caractère générique du groupe entraine son universalité.

5.7 Du point de vue ontologique, la mémoire du groupe est auto-similaire. (au sens de Mandelbrot)

5.8 Si le groupe est prométhéen alors c'est un modèle de l'humanité.

5.9 La notion de groupe s'identifie à celle de société.

«Ce livre est écrit pour qui est disposé à recevoir avec faveur l'esprit qui l'anime. C'est un esprit autre que celui du large courant de la civilisation européenne et américaine au sein duquel nous nous trouvons tous. Celui-ci s'extériorise en un progrès, en une construction de structures toujours plus étendues et plus compliquées ; celui-là, l'autre, dans un effort pour clarifier et percer à jour toutes structures. Celui-ci veut appréhender le monde par sa péripherie - dans sa diversité ; celui-ci en son centre - son essence.» Ludwig Wittgenstein

6. La société est un système mental.

6.1 La société est une structure ouverte. (au sens de Eco)

6.2 La société est pluridisciplinaire et ce, en accord avec 1.1.

6.3 La société suit le précepte téléologique. (au sens de Checkland)

6.4 La société est conçue comme un centre de recherche dont les buts principaux sont :

6.4.1 L'étude de l'intelligence. (au sens de Jensen)

6.4.2 L'étude de la complexité.

6.4.3 L'étude des fondements gnoséologiques.

6.4.4 L'étude des processus irréversibles. (au sens de Prigogine)

6.4.5 La reconnaissance de motifs via une perception globale.

6.4.6 La recherche de l'isomorphie de concepts, de lois et de propriétés émergentes. (au sens de Bertalanffy)

6.4.7 La recherche d'invariants conceptuels. (au sens de Lambert)

6.4.8 La création de modèles cognitifs génériques via les mathématiques.

6.4.9 La création de paradigmes via la formalisation linguistique. (au sens de Kuhn)

6.5 La société suit le précepte du globalisme. (au sens de Checkland)

6.5.1 Son approche est holistique.

6.6 La société est une métapreuve existentielle du facteur g.

6.7 L'oeuvre crée l'être.

Nuclear War by 2014

R. Dick

Everybody knows that more and more countries are going to acquire nuclear weapons in the next few years. But few face the conclusion that some of those weapons are bound to be fired in anger sometime. Madness, you say? Yes, but so was The Great War, now known as World War I. If in 1900 someone had correctly predicted the deadlocked mass slaughter, the consuming of vast resources in a bloody futility, he would not have been believed. That is why I dare to think the unthinkable and predict a second nuclear war (WWII being the first nuclear war) quickly followed by others by the one hundredth anniversary of WWI.

What will be the shape of these new nuclear wars? The atomic bomb is first and foremost a terror weapon. It doesn't destroy a lot of fortifications, but it is just great at killing and maiming a large number of civilians. What is more, with a "suitcase nuke" it will not be at all clear who set it off.

The current war in Chechnya may be the shape of things to come. The war there is wildly popular with the Russian people because they believe Chechnyans set off terror bombs that killed several hundred Russians. But the Russians are taking a beating. And in general in the long contest between offense and defense the tide is running in favor of the defense, just as it did in 1914. The Stinger missile is a shoulder-fired weapon capable of clearing the skies under 30,000 feet. The Javelin missile is a shoulder-fired weapon capable of killing any tank in the world. Consequently, infantry warfare is becoming more important than mechanized warfare. In sum, 2014 may resemble a nuclear high tech disorganized 1914. Yow!

Bob Dick Army Dad

Deterministic Ideas In A Chaotic Milieu

N. Lygeros, J. Martinez

The fact that a disordered complex structure, that is apparently random in nature, allows an ordered substructure is not the result of Chaos Theory but rather of Ramsey's Theory. In a most explicit manner the latter theory asserts that there lies a substructure possessing a given property within all sufficiently large structures. It is clear that the sufficient condition regarding the structure's height is always fulfilled within the situations where Chaos Theory is applicable.

Chaotic behaviour within a system displays delicate sensitivity to tiny changes in such a manner that any ignorance of its present state leads to complete ignorance concerning its state after a brief period of time, for example, weather prediction is affected by this problem. Order develops on a large scale through the concatenation of several small-scale events on the verge of instability. In 1961 the metereologist Lorenz accidentally discovered "the butterfly effect", whereby the movement of a butterfly's wing(s) taking place today in one part of the world brings about an extremely small change in the state of the atmosphere which can have radical repercussions on global weather patterns.

In Lorenz's words; "the butterfly effect is the phenomenon that a small alteration in the state (the condition of a system at one instant) of a dynamical or deterministic system (a system in which later states evolve from previous ones according to a fixed law) will cause subsequent states to differ greatly from the states that would have followed without the alteration". Lorenz referred to this cumulative effect as "sensitive dependence". After a certain length of time the atmosphere's behaviour diverges from the expected behaviour. Lorenz published his seminal article in 1963, wherein he referred to the possibility of long-term weather forecasting via the prediction or estimation of its periodic variations. Lorenz lent his name to the Lorenz Attractor: in other words,chaotic motion in a dissipative(volume-decreasing) system.

Currently, it is possible to perform a conveyance of frame and to apply this approach to the generation of an idea in the brain or encephalon. Within this materialistic context, where thought is considered to be like an emergence of cerebral activity, each idea would involve the activation of a series of neurones that constitute a fractal trajectory within the topological space represented by the brain.

The simplest form of 'fractal' objects (a concept introduced by Benoit Mandelbrot in 1975) are self-similar or self-affine. In other words, these fractals do not change their appearance when viewed under a microscope of arbitrary magnifying power. Natural boundaries such as coast lines apparently become longer the finer the scale on which we measure them. One of the characteristics of the boundary is its self-similarity, also known as Julia Sets. In 1980 Mandelbrot discovered what was later to be termed the Mandelbrot Set, with its associated spiral-like peninsula on its edge. The term 'multifractality' was first coined by Mandelbrot. Therefore, it would be theoretically possible to attribute a fractal dimension to an idea in order to distinguish it from white noise. Consequently, within this framework thought would be made up of a succession of deterministic ideas developing within a chaotic environment or milieu.

The computation of the fractal dimension of an irregular phenomenon such as an idea (within consecutive bursts of cerebral activity arising due to successive deterministic synaptic-neuronal activation processes) depends on several factors. One critical factor that comes into play and that stands out over and above the background white noise concerns the competing neurotransmitted signals within the chaotic, quasi-random milieu of the mind. The human brain's potential electrical and neurochemical transmission relies heavily upon "encephalic goodness", i.e. neuronal efficiency, to the extent that a finite number of cerebral signals will trigger off appropriate brain responses during the complex process of thought generation, hence giving rise to the emergent property of human conscience and awareness.

First of all, it is necessary to bring to light the fact that the deterministic view can indeed be identified as it is the brain's normal functioning mode. So, without doubt, in order to resolve this problem and therby extract the information concerning an idea's fractal dimension it will be necessary to make use of the wavelet multifractal approach. In the end, the study of the fractal spectrum, obtained with the aid of wavelets, will enable the separation which is associated with human thought.

Human thought can be abstracted as the end product of a finite series of "stochastic" processes involving very swift and oscillating, bidirectional exchanges between cerebral areas of low and high entropy, thereby epitomizing the idea of structure or order within chaos.The fractal dimensionality of thought, as derived from Chaos Theory, is postulated on the basis of the nesting of an apparently random set of cerebral events within the ordered framework of a neurologically and topologically defined, finite brain architecture. There exists an 'apparent random' connection of a huge number of neurones creating an almost infinite number of possible permutations and combinations, but this is all based on a few 'rules' laid down by the human genetic code that manages to govern how body cells should connect and interact.

The following is a paradigm of a deterministic structure comprising a nondeterministic substructure : the prime numbers and the classes 4n+3 and 4n+1. The set of prime numbers is deterministic in the sense that via elliptical curves one can give a certification of the primality of a number. In addition, if we consider the difference between the numbers of prime numbers of the class 4n+3 and those of 4n+1, we can demonstrate that it changes sign an infinite number of times. Nevertheless, it remains positive over extremely long ranges. It is the sign of this difference that constitutes a nondeterministic object within the deterministic structure of prime numbers.

This paradigm shows that the nesting of determinism and indeterminism is dual. Chaos and order can be found to coexist in a type of competitive symbiosis. This result is altogether typical within the framework of a fractal mentality since it highlights the complexity of the notion of boundary. Complex adaptive systems thrive in the hinterland between the inflexibilities of classical determinism and the vagaries of chaos. The theory of Laplace's Classical Determinism can be applied to diverse chaotic systems such as; a snowflake, a time series with its random walk, a pinball machine, and Hyperion's almost random oscillations along its own axes with respect to its eccentric, elliptical orbit around Saturn. These stable systems allow stable predictions to be made. Thought pattern generation is unlikely to be a phenomenon involving similar stability in terms of experimental test and retest verification.

The aforegoing consolidates the idea that the interaction between phenomena of low and high entropy is not a problem but rather a reality which should be taken into account. It can be concluded that the specifics of the qualitative and quantitative interactions that take place within the brain and along the brainstem still remain to be elucidated.

Recommended Bibliography.

Barnsley,M.F.: Fractals Everywhere. Boston: Academic Press, 1988.

Devaney,R.L.: Chaos, Fractals, and Dynamics. Boston: Addison-Wesley, 1990.

Falconer,K.J.: Fractal Geometry. Mathematical Foundations and Applications. Cambridge: Cambridge University Press, 1985.

Gleick,J.: Chaos: Making a New Science. New York: Viking Press, 1987.

Guckenheimer,J.,and Holmes,P.: Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields. New York: Springer-Verlag, 1986.

Hofstadter,D.: Metamagical Themas. New York: Basic Books, 1985.

Julia,G.: Oeuvres de Gaston Julia. Paris: Gauthier-Villars, 1968.

Kadanoff,L.P.: From Order to Chaos. Singapore: World Scientific Publishing Co., 1993.

Lasota,A.,and Mackey,M.C.: Chaos, Fractals, and Noise. Stochastic Aspects of Dynamics. New York: Springer-Verlag, 1994.

Lorenz,E.N.: The Essence of Chaos. Washington: University of Washington Press, 1993.

Lorenz,E.N.: Deterministic Nonperiodic Flow. Journal of the Atmospheric Sciences, 20 (1963): 130-141.

Mandelbrot,B.B.: Fractals: Form, Chance and Dimension. San Francisco: Freeman, 1977.

Mandelbrot,B.B.: The Fractal Geometry of Nature. San Francisco: Freeman, 1982.

Massopust,P.R.: Fractal Functions, Fractal Surfaces, and Wavelets. San Diego,California: Academic Press, 1994.

Peitgen,H.-O.,and Richter,P.H.: The Beauty of Fractals. New York: Springer- Verlag, 1986.

Peitgen,H.-O.,and Richter,P.H.: The Science of Fractal Images. New York Springer-Verlag, 1988.

Pickover,C.: Computers, Pattern, Chaos and Beauty. New York: Sutton, 1990.

Schroeder,M.: Fractals, Chaos, Power Laws. Minutes from an Infinite Paradise. New York: Freeman, 1991.

Schuster,H.G.: Deterministic Chaos. Weinheim: Physik-Verlag GmbH, 1984.

Schwenk,T.: Sensitive Chaos. New York Schocken Books, 1976.

Stewart,I.: Does God play dice? The New Mathematics of Chaos. Penguin Books Ltd, Harmondsworth, 1989.

Tvede,L.: Business Cycles. The Business Cycle Problem from John Law to Chaos Theory. Netherlands: Harwood Academic Publishers GmbH, 1997.

Variations sur un item de Frank

N. Lygeros

L'objet de cette petite étude est l'analyse de la richesse thématique d'une suite numérique composée par Albert Frank (Glia). En hommage à ce dernier nous noterons F_n, le nième terme de la suite.

Variation 1 : 4 notes
11, 23, 47, 95, ?
thème : $F_{n+1} = 2F_n + 1$
solution : 191

Variation 2 : 5 notes
11, 23, 47, 95, 167, ?
thème: $F_{n+1} = F_n + 12(p_n - 1)$ où p_n est le nième nombre premier
solution : 287

Variation 3 : 7 notes
11, 23, 47, 95, 167, 251, 359, ?
thème : $F_{n+1} = F_n + 12c_n$ où c_n est le nième nombre congru à 1, 2, 4 modulo 5
solution : 491

Variation 4 : 11 notes
11, 23, 47, 95, 167, 251, 359, 479, 719, 959, 1215, ?
thème : $F_n = p_n + p_n p_{n+1} + p_{n+1}$
solution : 1595

En considérant ces variations nous serions tentés au premier abord de croire qu'il s'agit simplement d'une suite instable. Cependant après réflexion nous sommes obligés de constater que cette instabilité apparente est source de créativité . Alors comment ne pas se rappeler les propos d'un critique musical au sujet de l'oeuvre de Franck : une conception cyclique de la construction où les mêmes thèmes circulent d'un bout à l'autre de l'oeuvre, se transformant de manière insensible pour assurer le triomphe final d'un thème élu.

A l'instar d'une partition qui nous surprend par la créativité du compositeur, cette suite est pleine de rebondissements : plusieurs thèmes en son sein nous déroutent d'abord puis nous mènent vers le leitmotiv «premier» dissimulé et cependant présent dès les premières notes.

Enfin sur le plan strictement cognitif, cette suite représente un très bel exemple de ce que nous pourrions appeler un «multitem». Ce dernier concept pourrait, ainsi qu'un item classique le fait pour l'intelligence fluide ou cristallisée, mesurer la créativité du solveur.

Du modèle mental à la théorie mentale

N. Lygeros

Un des apports majeurs de l'outil informatique est de permettre via un modèle mathématique la simulation d'expériences réelles. Bien souvent cette expérience virtuelle est une idéalisation d'une expérience réelle i.e. les objets et les instruments sont modélisés de manière uniforme à partir des entités réelles qu'ils représenteront. Ici nous allons étudier, à partir d'un exemple générique, un modèle que nous qualifierons de «mental» car il ne sera pas transposable dans la réalité.

Le point de départ de notre expérience de pensée est le suivant. Considérons un sac de n billes noires et un sac de n billes blanches. L'expérimentateur plonge sa main dans le premier sac, prend une bille au hasard et la place dans le second sac. Ensuite il mélange les billes du second sac, puis en retire une au hasard et la place dans le premier. Et il effectue de même avec l'autre sac. Il est évident que, par augmentation de l'entropie, si l'on poursuit cette opération un très grand nombre de fois les sacs auront chacun autant de billes des deux couleurs. Cependant l'intérêt de cette expérience n'est pas là, celui-ci réside dans le modèle mental que nous allons créer pour simuler cette expérience.

Tout d'abord nous devons insister sur le fait que cette expérience de pensée est tout à fait réalisable i.e. il s'agit d'une expérience potentiellement réelle. A présent considérons les objets de notre modèle mental.

Les sacs seront représentés par des listes et les billes par les chiffres 0 et 1. Quant au tirage aléatoire, il sera modélisé par une fonction pseudo-aléatoire. Plus précisément au lieu de mélanger les billes dans un sac, nous utiliserons l'équivalent sémantique suivant : nous allons les disposer dans un ordre donné puis nous allons choisir de manière aléatoire la position de la bille à retirer. De plus, lorsque nous placerons la bille dans le second sac, nous la disposerons systématiquement à la fin de la liste qui le représente. Cette façon de faire, bien qu'elle soit déterministe en soi, n'est pas nuisible car elle est suivie d'une opération aléatoire.

Considérons à présent la partie la plus intéressante de ce modèle à savoir le «déplacement» de la bille d'un sac à l'autre. En effet nous ne pouvons pas nous contenter de faire disparaître la bille du premier sac pour la placer dans le second car ainsi nous ne saurions pas quelle bille mettre dans le second. Pour résoudre ce problème il nous suffit d'utiliser une mémoire tampon. Et la façon la plus astucieuse de le faire, c'est d'utiliser l'autre sac comme mémoire.

Seulement si nous interprétons cette procédure nous voyons que pour déplacer la bille nous exploitons l'ubiquité de cette dernière. En effet celle-ci se trouve déjà dans le second sac avant d'avoir été retirée du premier et une fois cette opération effectuée, nous la retirons du premier en la remplaçant par du vide ! Aussi il est clair que notre modèle est mental dans le sens où nous ne pouvons pas le transposer dans la réalité tel qu'il est.

Ainsi nous nous retrouvons dans la situation suivante. Notre expérience de pensée qui représente une expérience réelle est simulée par un modèle mental qui n'a pas de représentation dans la réalité en raison de l'ubiquité de sa nature intrinsèque. Ici donc, l'expérience réelle peut être a posteriori interprétée comme une projection dans la réalité du modèle mental.

Le modèle mental ne constitue pas une idéalisation uniforme de l'expérience réelle aussi il nécessite de la part de son concepteur un raisonnement non uniforme et parfois même de la créativité. Plus généralement le réel ne conduisant pas directement à la théorie qui peut le comprendre, nous pouvons donc en déduire l'importance de l'apport cognitif dans la création d'une théorie. Enfin si nous considérons l'aspect perfectif de la notion de modèle mental il est alors possible de concevoir une théorie qui ne serait constituée que de modèles mentaux i.e. théorie mentale.

Le problème des n reines : un paradigme holistique extrême

N. Lygeros

De tout ce qui précède, se dégage une vision stupéfiante, la perspective d'une conception unitaire du monde jusque-là insoupçonnée. Que l'on ait affaire aux objets inanimés, aux organismes, aux processus mentaux ou aux groupes sociaux, partout des principes généraux semblables émergent. (Bertalanffy)

Nous allons étudier de manière explicite le problème des n reines afin de mettre en évidence un aspect holistique de la systémique. L'énoncé du problème des n reines est le suivant : combien y a-t-il de façons de placer n reines sur un échiquier n*n, de façon qu'elles soient toutes sur des lignes, colonnes et diagonales différentes ?

Ce type de problème ne peut être résolu par des méthodes de recherche incomplète comme le recuit simulé, l'algorithme génétique ou l'Ant-System. Mais uniquement par une recherche complète qui utilise des méthodes comme le backtracking chronologique, le forward checking ou l'approche formelle. Nous sommes bien dans une situation qui correspond à la description de Lapointe. Les situations complexes imbriquent plusieurs problèmes relativement simples à première vue mais qui ne peuvent se résoudre individuellement sans affecter les autres. Ici nous allons nous intéresser à l'approche formelle afin de comprendre la structure du paradigme. Il est évident que si notre but avait été uniquement de calculer le nombre de dispositions différentes pour une valeur de n la plus grande possible, nous aurions traité le problème avec un backtracking.

Une approche partielle du problème est exclue puisqu'il s'agit d'un problème combinatoire à structure indécomposable. Dans notre cas, nous retrouvons ainsi la notion de complexité de Mélèze qui est “ l'incapacité que l'on a de décrire tout le système et de déduire son comportement à partir de la connaissance des comportements de ses parties”.

Par contre l'analyse globale du problème permet de reconnaître un motif combinatoire, à savoir la fonction génératrice. En effet celle-ci étant simple à construire, la principale difficulté effective c'est l'élimination des informations superfétatoires. Comme les cas des échiquiers pour n égal à 1, 2, 3 sont triviaux, voici une manière de faire à l'aide de Maple pour les cas 4, 5, 6, 7 et 8 (cf. Gomez, Salvy et Zimmermann).

```
reines:=proc(n::integer)
construction de la procédure
local i,j,P,c,d,e,L:
P:=convert([seq(convert([seq(c[j]*d[i+j-1]*e[i-j+n],j=1..n)],‘+‘),i=1..n)],‘*‘);
calcul du coefficient d'une ligne
for i to n do P:=coeff(series(P,c[i],2),c[i],1) od;
développement de P par rapport à chacun des c[i]
```

L:=[seq($e[i]^2$=0,i=1..2*n-1),seq($d[i]^2$=0,i=1..2*n-1)];

P:=expand(subs(L,P));

élimination des carrés pour les diagonales

P:=P-select(hastype,P,'^');

élimination des puissances

subs([seq(e[i]=1,i=1..2*n-1),seq(d[j]=1,j=1..2*n-1)],P)

obtention du coefficient

end:

seq(reines(k),k=4..8);

obtention des résultats : 2,10,4,40,92

L'aspect extrême de ce paradigme holistique provient de la taille de la mémoire qu'il nécessite pour sa résolution. En effet celle-ci devient très rapidement énorme et impose du coup une limitation sur la taille de l'échiquier.

Cette approche holistique pose des problèmes car elle est exhaustive : la fonction génératice représente une connaissance complète de l'objet dans le moindre de ses détails. Or certains d'entre eux sont superflus pour résoudre le problème donné. Aussi il faut savoir ce que nous cherchons pour se poser les bonnes questions. Et la difficulté provient du fait que nous ne voyons que ce que nous comprenons. Il est donc important et ce, même dans le cadre d'une approche holistique, de comprendre les caractéristiques essentielles du problème et de s'appuyer sur celles-ci pour élaborer la méthode de résolution. En d'autres termes, du point de vue cognitif au moins, nous montrons que le concept de global n'est pas seulement différent de celui de local et de celui de total, parfois il leur est supérieur.

REFERENCES

Bertalanffy : General Systems Theory, Foundation, Development, Applications. 1968

Colorni, Dorigo, Maniezzo : The ant system : Optimization by a colony of cooperating agents. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics 26, 1996

Gomez, Salvy, Zimmermann : Calcul formel : Mode d'emploi. 1995

Lapointe : L'approche systémique et la technologie de l'éducation. Éducatechnologiques 1, n.1, 1993

Mélèze : L'analyse modulaire des systèmes de gestion. 1972

Zimmermann : The n-queens problem. American Mathematical Monthly 101, n.7, 1994

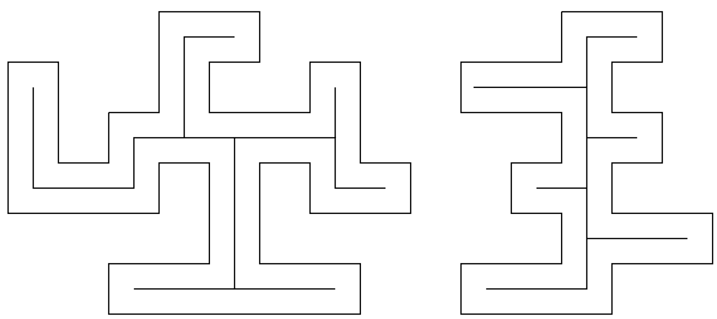
Sur les dendrominosou les polyominos non ramifiésde surface minimale

N. Lygeros

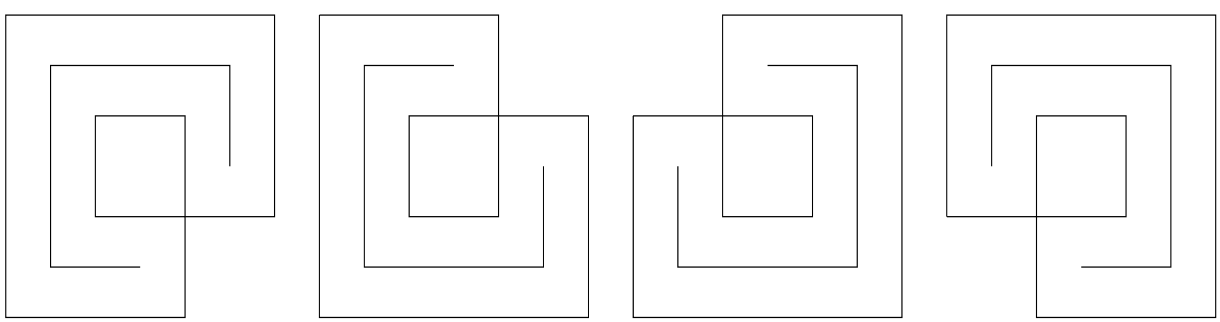
Résumé : Après avoir introduit la notion de dendromino terminal, nous démontrons de manière effective leur existence en dimension deux et trois pour tout n supérieur ou égal respectivement à 19 et 23. Nous complétons ces théorèmes par des constructions de dendrominos, en dimension trois, deux à deux non isomorphes, ayant 23 cellules. En raison de ces théorèmes d'existence de dendrominos terminaux nous étudions les dendrominos de largeur 2 en donnant deux procédés de construction. Enfin nous terminons notre article par l'énumération de différentes classes de dendrominos.

Introduction

Dans le réseau carré, le dual d'un polyomino ramifié est un arbre. En voici deux exemples.



Par contre, il n'est pas toujours possible d'associer un polyomino à un arbre. Le plus petit exemple de cette impossibilité est d'ordre 7 et de multiplicité 4. C'est ceci qui explique la différence de 4 dans l'énumération des arbres et des polyominos ramifiés de surface minimale à 7 éléments.



Définition : Les dendrominos sont des polyominos non ramifiés de surface minimale. Plus exactement, si nous notons A l'aire et P le périmètre nous avons : P=2(A+1).

Définition : Les extrémités d'un dendromino sont les cellules dont les sommets dans l'arbre dual sont de degré 1, et un dendromino ne possède que deux extrémités.

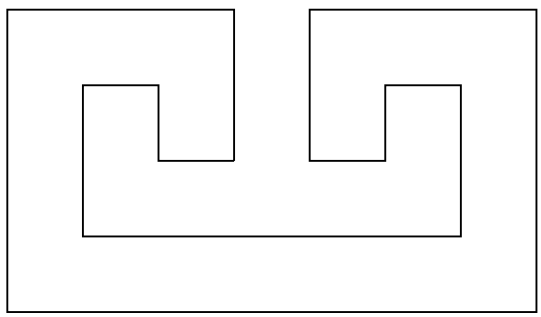
Dans les polyominos le fait d'ajouter une cellule modifie complètement la place du polyomino sur le réseau carré alors que ce n'est pas le cas avec les dendrominos pour lesquels l'ajout d'une cellules se fait nécessairement sur les extrémités qui ont chacune au plus 3 possibilités.

Dendrominos terminaux

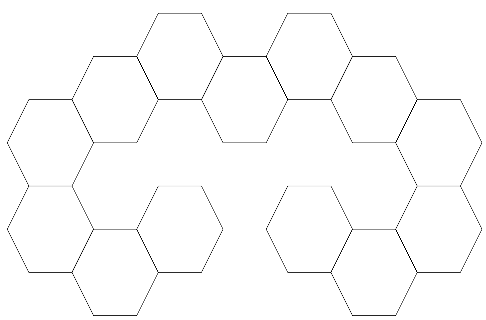
Définition : Un dendromino est dit terminal lorsque nous ne pouvons plus plus adjoindre une cellule pour construire un plus grand dendromino.

Remarque : Il n'existe pas de dendromino terminal de largeur 2.

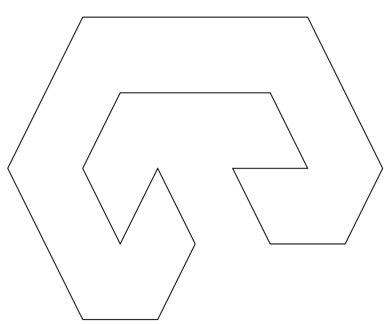
Lemme : Le dendromino terminal et minimal sur le nombre de cellules, à isomorphie près, comporte en dimension deux 19 cellules.



Remarques : Si le réseau est hexagonal, le dendromino terminal et minimal sur le nombre de cellules, à isomorphie près, comporte 13 cellules.

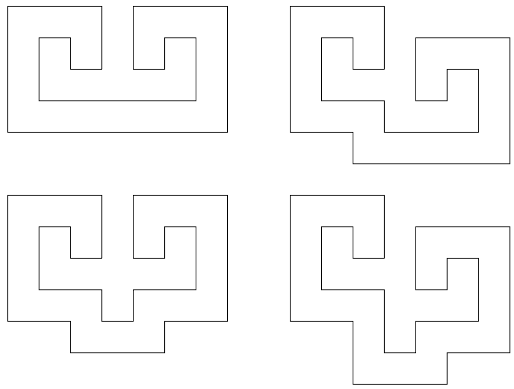


Si le réseau est triangulaire, le dendromino terminal et minimal sur le nombre de cellules, à isomorphie près, comporte 20 cellules. Contrairement aux cas des réseaux carré, hexagonal et cubique, la solution n'est pas symétrique.

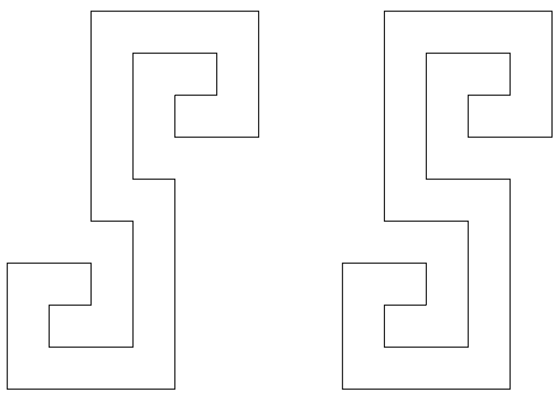


Théorème : Pour tout n supérieur ou égal à 19 il existe un dendromino terminal ayant n cellules.

Démonstration : Construction effective de deux familles de dendrominos terminaux de cardinal $19 + 2k$ et $20 + 2k$.

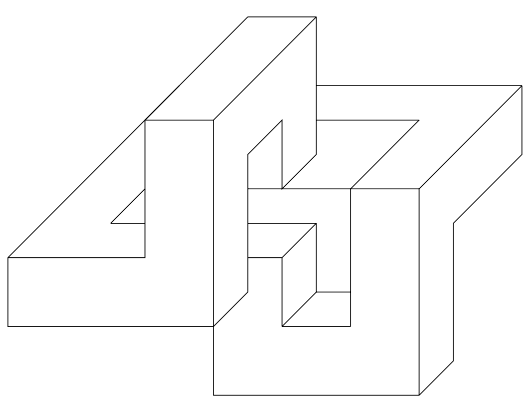


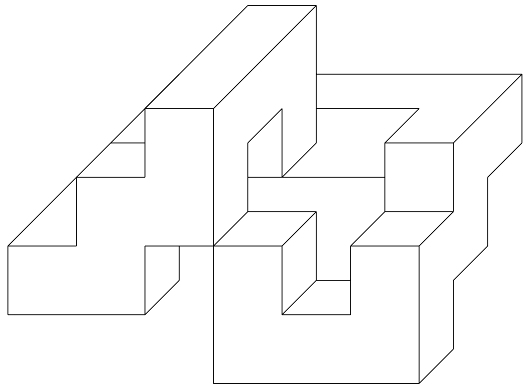
Remarque : Pour n supérieur ou égal à 22 nous pouvons construire une autre famille de dendrominos terminaux.

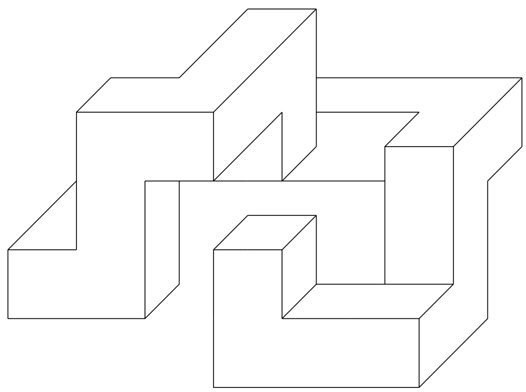


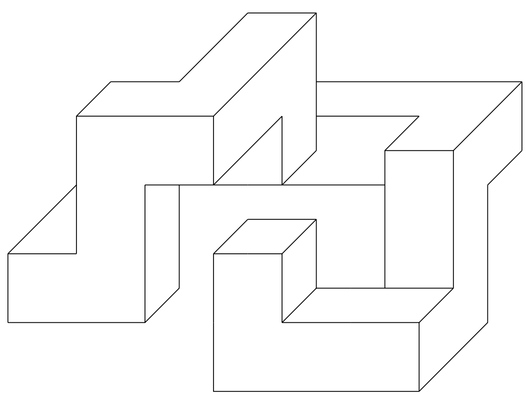
Théorème : En dimension trois, il existe des dendrominos terminaux ayant 23 cellules.

Démonstration : Constructions effectives.





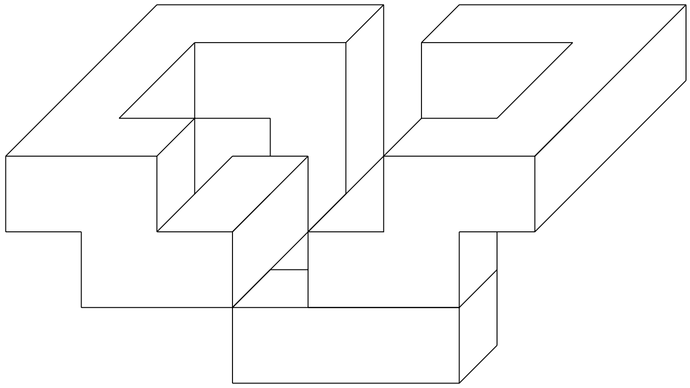




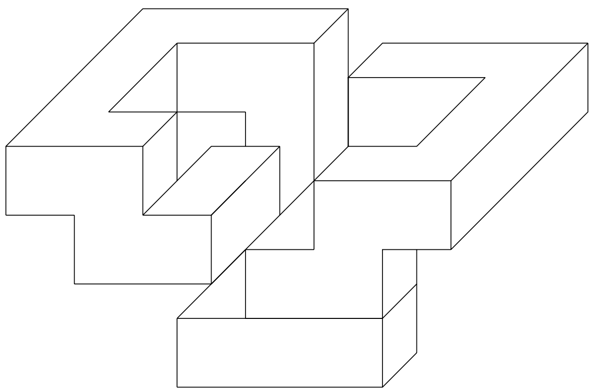
Théorème : En dimension trois, pour tout n supérieur ou égal à 29 il existe un dendromino terminal ayant n cellules.

Démonstration : Construction effective de deux familles de dendrominos terminaux de cardinal $29 + 2k$ et $30 + 2k$.

Dendromino à 29 cellules :



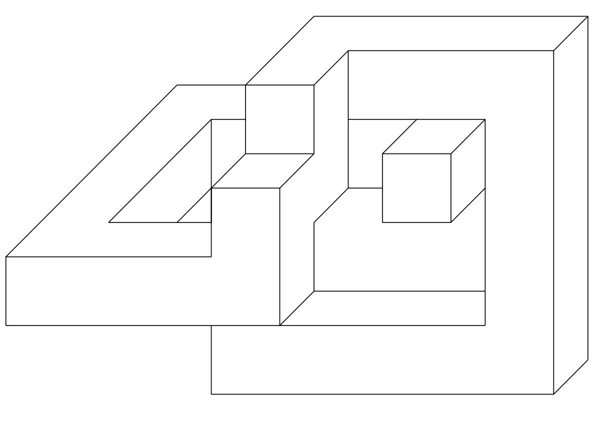
Dendromino à 30 cellules :



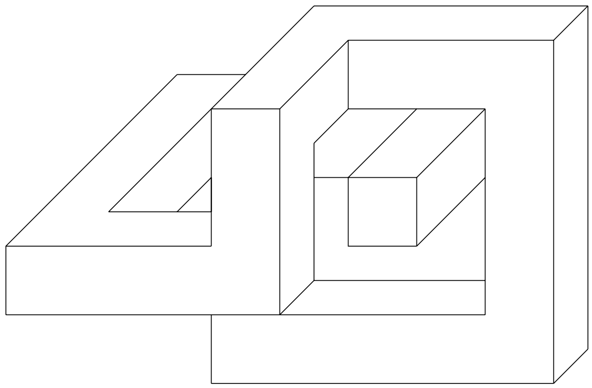
Ensuite à partir de chacun d'entre eux nous construisons une famille en ajoutant un nombre pair de cellules suivant le même procédé que nous avons utilisé en dimension deux.

Construction, en dimension trois, de dendrominos, non isomorphes deux à deux, ayant 29 cellules : Nous avons construit le premier dendromino terminal à 29 cellules (où l'ajout d'une cellule engendre comme intersections possibles : 1 point, 3 arêtes et 1 face) à partir de la structure d'un dendromino terminal à 31 cellules (où l'ajout d'une cellule engendre comme intersections possibles : 1 arête et 4 faces) et lui même à partir d'un autre à 35 cellules (où l'ajout d'une cellule engendre comme intersections possibles : 5 faces).

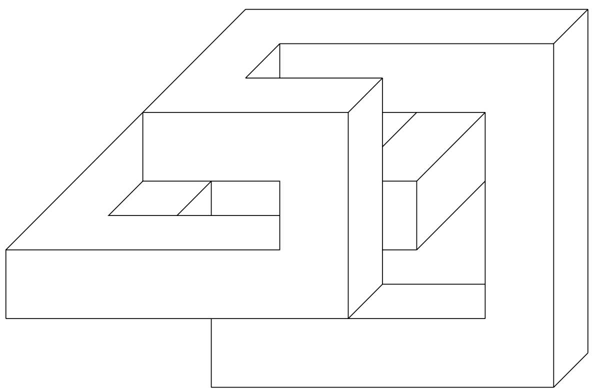
Dendromino à 29 cellules :



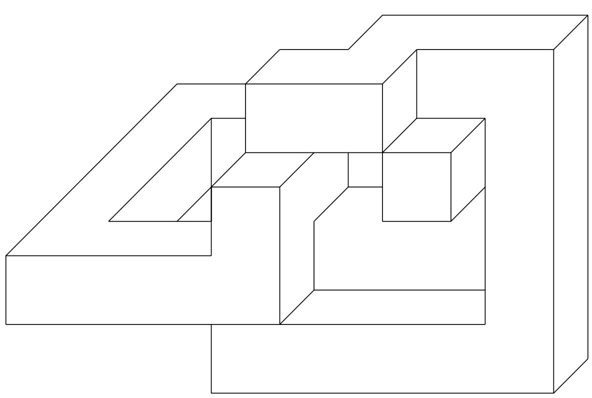
Dendromino à 31 cellules :

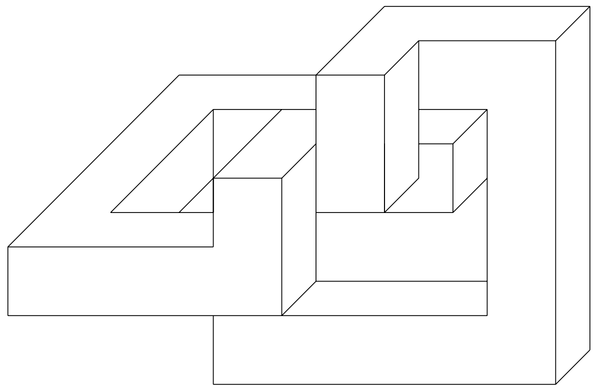


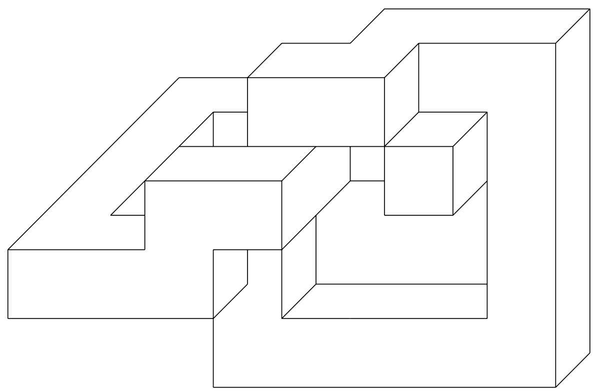
Dendromino à 35 cellules :

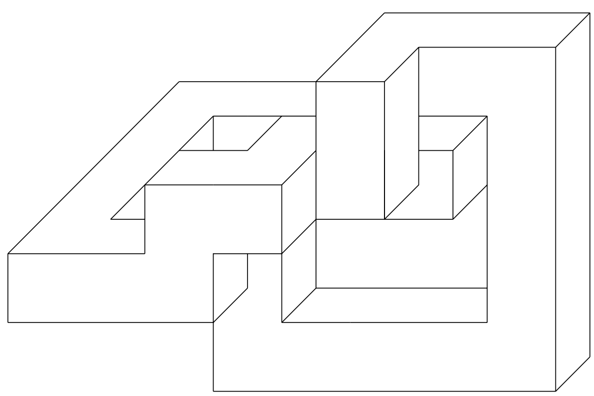


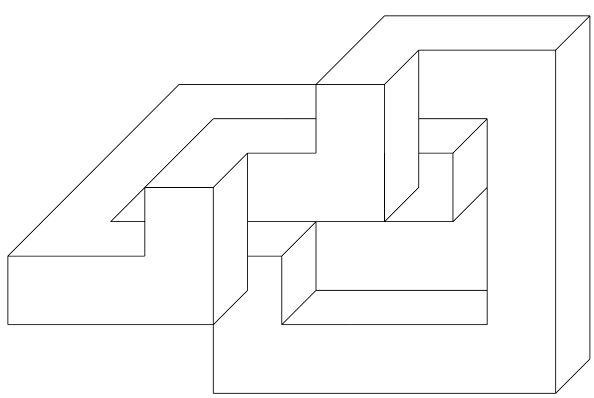
Autres exemples de dendrominos terminaux à 29 cellules construits à partir de la structure du premier.

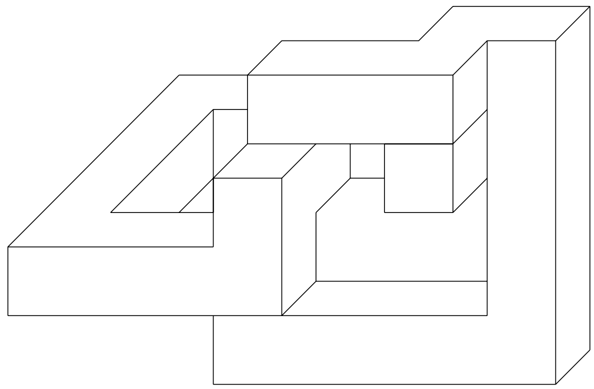


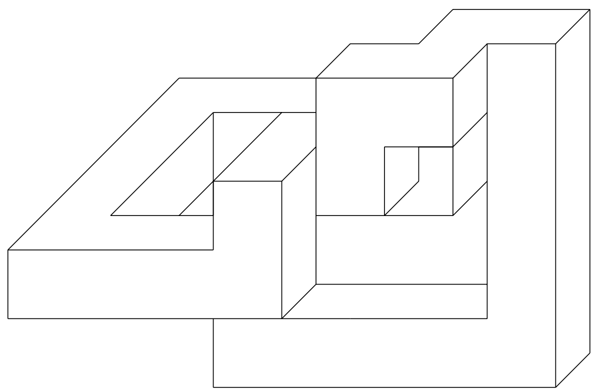










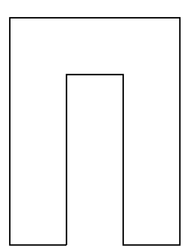


Constructions de dendrominos de largeur 2

Proposition : Un dendromino de largeur 2 et son symétrique, par rapport à la longueur, sont différents.

Démonstration : Un dendromino de largeur 2 a nécessairement ses deux extrémités aux bords du rectangle de largeur 2 qui le contient. Choisissons l'extrémité la plus basse. Celle-ci a soit une cellule au-dessus d'elle, soit une cellule à côté d'elle. Dans le premier cas, comme la largeur est égale à 2, le dendromino possède deux cellules adjacentes au dessus de l'extrémité considérée. Ces cellules sont globalement invariantes par la symétrie mais pas l'extrémité basse puisqu'elle change de bord, aussi elle ne peut représenter l'extrémité basse du symétrique mais elle ne peut représenter l'extrémité haute car les deux cellules se trouvent au dessus d'elle. Dans le deuxième cas, la cellule à côté de l'extrémité a nécessairement une cellule au-dessus d'elle qui lui est adjacente et il suffit de raisonner sur celle-ci comme nous l'avons fait dans le cas précédent avec la cellule qui était au-dessus de l'extrémité.

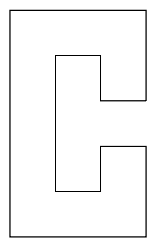
Remarque : Cette proposition n'est pas généralisable pour n supérieur. Pour le voir, il suffit de considérer le dendromino de largeur 3 qui a la forme d'un π.



Proposition : Les dendrominos de largeur 2 obtenus à partir d'un même dendromino en ajoutant une cellule soit au-dessus de l'extrémité haute, soit en-dessous de l'extrémité basse sont différents.

Démonstration : Dans un dendromino de largeur 2 il existe deux cellules adjacentes qui touchent les deux bords. L'extrémité haute se trouve à une certaine distance d de ces deux cellules. Si nous ajoutons une cellule au dessus de cette extrémité alors cette cellule se trouvera à une distance d+1 des deux cellules. Si le dendromino obtenu par cette construction était identique, à translation près, à celui obtenu par le procédé symétrique il aurait deux cellules adjacentes à une distance d et deux à une distance d+1 de la nouvelle extrémité. Cependant ces deux couples de cellules formerait un pavé deux-deux et le dendromino aurait un point intérieur ce qui est contraire à sa définition.

Remarque : Les constructions ne sont pas toujours possibles pour n strictement supérieur à 2. Pour le voir, il suffit de considérer un dendromino de largeur 3 en forme de C.

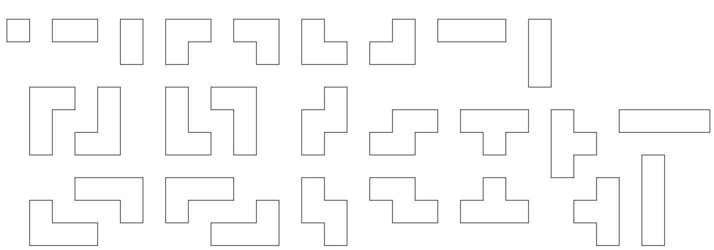


Lorsque les deux constructions de dendrominos sont possibles, la proposition précédente est vraie pour tout n.

Énumérations de différentes classes de dendrominos

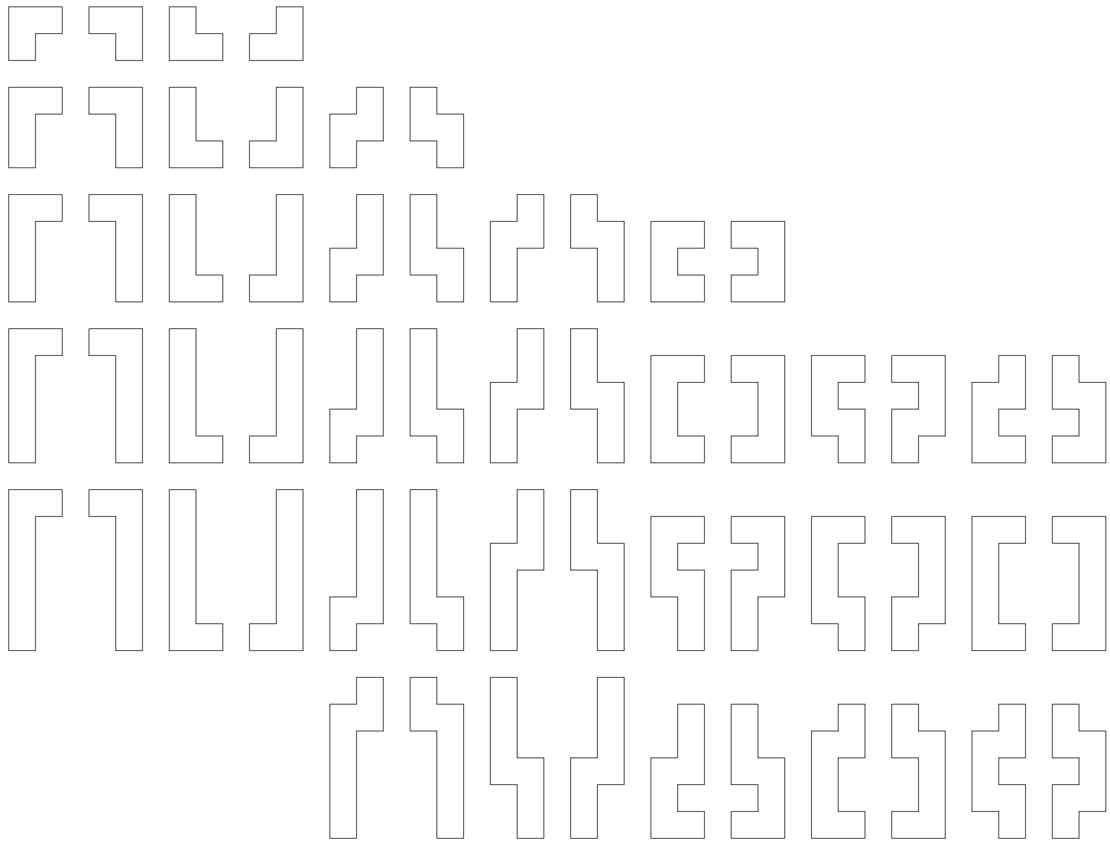
Le théorème sur l'existence de dendrominos terminaux indique que le procédé d'énumération exacte de dendrominos de largeur supérieure ou égale à quatre doit être basé sur une autre méthode que celle qui consiste à ajouter des cellules aux extrémités des dendrominos.

Énumération des polyominos de surface minimale à n cellules : 1, 2, 6, 18, 55, 174, 566, 1868, 6237, 21050, 71666, 245696, 847317, 2937116, 10226574, 35746292, 125380257, 441125966, 1556301578, 18155586993. (cf. N. Madras et co.)



Énumération des dendrominos à n cellules : 1, 2, 6, 14, 34, 94.

Énumération des dendrominos de largeur 2 à n cellules : 0, 0, 4, 6, 10, 16, 24.



REFERENCES

N. Madras, C.E. Soteros, S.G. Whittington, J.L. Martin, M.F. Sykes, S. Flesia and D.S. Gaunt : The free energy of a collapsing branched polymer. Journal of Physics A: Mathematical and General, 23, p.5327-5350. 1990.

S. Flesia, D.S. Gaunt, C.E. Soteros, S.G. Whittington : Statistics of collapsing lattice animals. Journal of Physics A: Mathematical and General, 27, p.5831-5846. 1994

R. Stanley : Enumerative Combinatorics. Cambridge University Press 1997.