

Τα δακτυλικά εξάμετρα του Ομήρου

N. Λυγερός

Θεώρημα: (Κεχαγιάς-Λυγερός) Το εξάμετρο του Ομήρου, με την έννοια της θεωρίας αυτομάτων, αναγνωρίζει τη γλώσσα που παράγουν οι κανόνες της οικογένειας των δακτύλων.

Απόδειξη: Έστω η εξής γλώσσα με το αλφάβητο $A = \{\Delta, \Sigma, T\}$ και τη γραμματική: Κανόνας 1: Μία λέξη έχει 6 γράμματα.

Κανόνας 2: Μόνο το τελευταίο γράμμα της λέξης μπορεί να είναι T.

Κανόνας 3: Το τελευταίο γράμμα δεν είναι Δ.

Κανόνας 4: Αν αντικαταστήσουμε τα πέντε πρώτα γράμματα μιας λέξης με τον εξής τρόπο $\Delta \leftrightarrow \Sigma$ και $\Sigma \leftrightarrow \Delta$ τότε έχουμε μια λέξη.

-Με τον κανόνα 4 συνεπάγεται ότι ο αριθμός των λέξεων της γλώσσας είναι άρτιος.

-Με τον συνδυασμό των κανόνων 2 και 4 συνεπάγεται ότι ο άρτιος αριθμός διαιρείται με το 4.

-Με τον συνδυασμό των κανόνων 1, 2 και 3 αρκεί να εξετάσουμε πόσες υπολέξεις παράγουμε με 5 γράμματα. Όπως κάθε γράμμα είναι ανεξάρτητο έχουμε 25 υπολέξεις:

Πιο αναλυτικά έχουμε: 1 υπολέξη με 5 Δ

5 υπολέξεις με 4 Δ και 1 Σ

10 υπολέξεις με 3 Δ και 2 Σ

10 υπολέξεις με 2 Δ και 3 Σ

5 υπολέξεις με 1 Δ και 4 Σ

1 υπολέξη με 5 Σ

Άρα η γλώσσα παράγει $2(1+5+10+10+5+1) = 64$ λέξεις.

Εάν ταυτίσουμε τα γράμματά μας με τον εξής τρόπο:

$\Delta = -υυ$, $\Sigma = \text{—}$ και $T = -υ$

(Δάκτυλος) (Σπονδείο) (Τροχάιος)

Τότε βρίσκουμε στον Όμηρο τα αντίστοιχα 64 εξάμετρα.