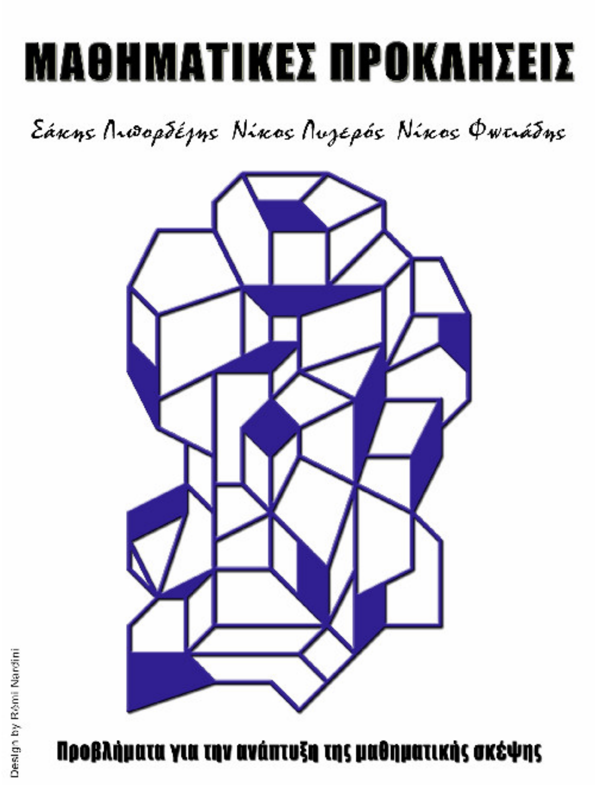

ΝΕΑ ΣΤΗΛΗ

Για τους λάτρεις των γρίφων και της μαθηματικής σκέψης εγκαινιάζουμε την στήλη ο γρίφος της εβδομάδας. Οι γρίφοι επιλέγονται από το υπό έκδοση βιβλίο των Ν. Λυγερού, Σ. Λιπορδέζη, Ν.Φωτιάδη.

ΔΕΚΑΤΟΣ ΕΚΤΟΣ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟΣ ΓΡΙΦΟΣ (06-03-2006)

Το παρακάτω τετράγωνο γίνεται μαγικό όταν γεμίσεις τα τετραγωνάκια με αριθμούς από το 1 έως το 9 ώστε το άθροισμα των αριθμών οριζοντίως, καθέτως, διαγωνίως να είναι το ίδιο. Τέτοια μπορούμε να φτιάξουμε πολλά. Να δείξετε όμως ότι στο τετραγωνάκι του κέντρου είναι πάντα ο ίδιος αριθμός.

ΛΥΣΗ ΔΕΚΑΤΟΥ ΠΕΜΠΤΟΥ ΓΡΙΦΟΥ (27-02-2006)

Απόδειξη

Ζητούμε 111…1555…5 + 1 = x^2 ή 111…1555…5=x^2-1 (1).

Το 1^o μέλος της (1) είναι αριθμός διαιρετός με το 5 άρα αρκεί να δείξουμε ότι υπάρχει ακέραιος x ώστε $x^2-1=(x-1)\cdot(x+1)$ να διαιρείται με το 5. Ο x μπορεί να γραφεί* x=5κ ή x=5κ+1 ή x=5κ+2 ή x=5κ+3 ή x=5κ+4.

Για x=5κ έχω $(x-1)\cdot(x+1)=(5κ-1)\cdot(5κ+1)$ που δεν διαιρείται με 5.

Για x=5κ+1 είναι $(x-1)\cdot(x+1)=5κ\cdot(5κ+2)$ που διαιρείται με 5 όμοια συνεχίζοντας βρίσκω ότι και για x=5κ+4 είναι:

$(x-1)\ (x+1)=(5κ+3)\cdot(5κ+5)=(5κ+3)\cdot 5\cdot(κ+1)$ που διαιρείται με 5.

Έτσι λοιπόν βρήκαμε ότι πράγματι ισχύει το ζητούμενο και ότι το αποτέλεσμα είναι αριθμός της μορφής 5κ+1 ή 5κ+4, π.χ. το 34 που γράψαμε για παράδειγμα είναι της μορφής 5κ+4 αφού $34=5\cdot6+4$.

* Ένας ακέραιος αριθμός από την ταυτότητα της διαίρεσης $Δ=δπ+υ$ όπου $0\le υ < δ$ ανάλογα με την τιμή του δ μπορεί να γράφεται με άπειρες επιλογές π.χ. άρτιος ή περιττός γράφεται 2κ ή 2κ+1, όπου κ ακέραιος.

Αν επιλέξω διαιρέτη 3 γράφεται 3κ, 3κ+1, 3κ+2. Έτσι αν πάρω ένα τυχαίο ακέραιο π.χ. 17 μπορώ να τον γράψω $2\cdot8+1$ ως περιττό μπορώ όμως να τον γράψω $3\cdot5+2$ δηλαδή 3κ+2 ως προς την δεύτερη επιλογή ενώ αν επιλέξω την μορφή που αναφέρω στη λύση γράφεται $17=5\cdot3+2$ δηλαδή 5κ+2. Αυτό είναι σημαντικό για όσους ασχολούνται με τους ακέραιους και τα μυστήριά τους είτε είναι μαθητές είτε μη μαθηματικοί.

Τέλος παρατηρείστε ότι $1155+1=34^2$

$111555+1=(334)^2$

$11115555+1=(3334)^2$ κλπ.

Τέλος ο ίδιος γρίφος ισχύει και με τους αριθμούς 444…4888…8+1 που είναι και αυτοί τέλεια τετράγωνα, και ότι $4488+1=(67)^2$

$444888+1=(667)^2$

$44448888+1=(6667)^2$ κλπ.