Άλλη γενίκευση: Έστω η που έχει ένα διαιρετή περιττής τάξης

Ν. Λυγερός

τότε έχουμε $\eta = p.\Pi$

Θεώρημα: $\sqrt{\eta} \notin Q$

Απόδειξη: Έστω $\sqrt{\eta} = \dfrac{\alpha}{\beta}$ με $\alpha \wedge \beta = 1$

$$\eta = \frac{\alpha^2}{\beta^2} \Rightarrow \eta.\beta^2 = \alpha^2 \Rightarrow p\Pi^2\beta^2 = \alpha^2 \Rightarrow p \mid \alpha$$

Έστω : $\alpha = p\alpha^{'}$ Έχουμε λοιπόν

$$p\Pi\beta = p^2\alpha'^2 \Rightarrow p/\mathrm{B}$$

Άρα $p \mid \alpha \wedge \beta = 1$

Άτοπο

Εφαρμογή :
$$\begin{array}{cccccccccccc}
\sqrt{2} & \sqrt{3} & \sqrt{5} & \sqrt{6} & \sqrt{7} & \sqrt{8} & \sqrt{10} & \sqrt{11} & \sqrt{12} & \sqrt{13} & \sqrt{14} & \sqrt{15} \\
\underset{-}{\uparrow} & ,\ \underset{-}{\uparrow} & ,\ \underset{-}{\uparrow} & ,\ \underset{=}{\uparrow} & ,\ \underset{-}{\uparrow} & ,\ \underset{=}{\uparrow} & ,\ \underset{=}{\uparrow} & ,\ \underset{-}{\uparrow} & ,\ \underset{=}{\uparrow} & ,\ \underset{-}{\uparrow} & ,\ \underset{=}{\uparrow} & ,\ \underset{=}{\uparrow} \\
\text{Ευκλειδης} & \gamma & & \Gamma & & & & & & & &
\end{array}$$

Ευκλείδης

$$\begin{array}{ccccccccccccc}
\sqrt{17} & \sqrt{18} & \sqrt{19} & \sqrt{20} & \sqrt{21} & \sqrt{22} & \sqrt{23} & \sqrt{24} & \sqrt{26} & \sqrt{27} & \sqrt{28} & \sqrt{29} & \sqrt{30} \\
\underset{-}{\uparrow} & ,\ \underset{=}{\uparrow} & ,\ \underset{-}{\uparrow} & ,\ \underset{=}{\uparrow} & ,\ \underset{=}{\uparrow} & ,\ \underset{=}{\uparrow} & ,\ \underset{-}{\uparrow} & ,\ \underset{=}{\uparrow} & ,\ \underset{=}{\uparrow} & ,\ \underset{=}{\uparrow} & ,\ \underset{=}{\uparrow} & ,\ \underset{-}{\uparrow} & ,\ \underset{=}{\uparrow}
\end{array}$$

Άρα είναι η πλειοψηφία των φυσικών αριθμών