

Ισο-υπερομάδες τάξης 3

Δ. Κάτσιος, Ν. Λυγερός

Οι υπερμαδες ανάλογα με το πλήθος των στοιχείων που προπροκύπτουν από την εφαρμογή της πράξης χωρίζονται σε διάφορες κατηγορίες, όπως οι πολύ λεπτές (L. Koguetsof, Θ. Βουγιουκλής, Σ. Σπάρταλης [1]) και οι υπο-ολοκληρές (R. Bayon, Ν. Λυγερός [2]).

Σ' αυτό το σημείωμα εισάγεται μία νέα κατηγορία υπερμαδων, οι ισο-υπερομάδες. Οι ισο-υπερομάδες είναι υπερμαδες στις οποίες το αποτέλεσμα της πράξης μεταξύ οποιωνδήποτε στοιχείων της ομάδας, είναι ένα σύνολο σταθερού πληθάριθμου.

Τετριμένες περιπτώσεις ισο-υπερομάδων αποτελούν οι ισο-υπερομάδες τάξης 1, οι οποίες είναι ομάδες, καθώς και οι ισο-υπερομάδες τάξης h , όπου h πληθάριθμος του συνόλου H της υπερμαδας.

Έστω υπερμαδα $\langle H, \cdot \rangle$

Ορισμός: $\exists n \in \mathbb{N}^* : |(x \cdot y)| = n \forall x, y \in H$

Μέσω του αλγόριθμου των Bayon και Λυγερού [3] για την εύρεση των 3.999 μη ισόμορφων υπερμαδων τάξης 3 και στη συνέχεια την εφαρμογή του φίλτρου μας, εντοπίσαμε συνολικά 6 μη ισόμορφες υπερμαδες τάξης 3, οι οποίες παρατίθενται παρακάτω.

Από αυτές οι 4 είναι αβελιανές (1, 2, 3, 4) και η μία είναι σκληρή (3).

1.	2.	3.
ab ac ac	ac ab bc	bc ab ac
ac ab ab	ab bc ac	ab ac bc
ac ab ab	bc ac ab	ac bc ab
4.	5.	6.
ab ac bc	ab ac bc	ab bc ac
ac bc ab	bc ab ac	ac ab bc
bc ab ac	ac bc ab	bc ac ab

Αναφορές:

- [1] L. Konguetsof, Th. Vougiouklis, and S. Spartalis. Sur les hyperstructures très fines. *Rendiconti di Matematica*, 13(VII):297-304, 1993.
- [2] R. Bayon, N. Lygeros. Advanced results in enumeration of hyperstructures, *Journal of Algebra*, 320-2, pp. 821–835.
- [3] R. Bayon, N. Lygeros. Les hypergroupes d'ordre 3, *Italian J. Pure Appl. Math.*, 20 (July 2006), pp. 223–236