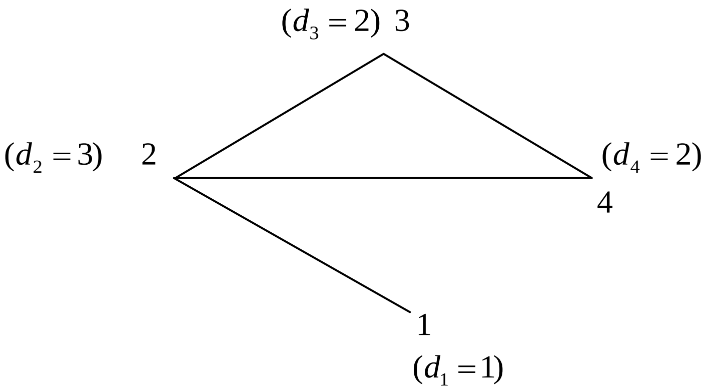
Calculs sur la matrice Laplacienne sans signe

N. Lygeros



. Soit d_i le degré d'un sommet i .
. Soit f_i le nombre de sommet de degré 1, adjacent au sommet i

$f_1 = 0,\ f_2 = 1,\ f_3 = 0,\ f_4 = 0$

Considérons la formule $a = \frac{1}{2}(d_i - 2 + \sqrt{d_i^2 - 4f_i})$

$$a_1 = \frac{1}{2}\left(1 - 2 + \sqrt{1-0}\right) = 0$$
$$a_2 = \frac{1}{2}\left(3 - 2 + \sqrt{3^2 - 4.1}\right) = \frac{1}{2}\left(1 + \sqrt{5}\right)$$
$$a_3 = \frac{1}{2}\left(2 - 2 + \sqrt{2^2 - 4.0}\right) = 1$$
$$a_4 = \frac{1}{2}\left(2 - 2 + \sqrt{2^2 - 4.0}\right) = 1$$

Si le degré du sommet est supérieur à deux alors nous calculons la quantité $\left(\sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}}\right)^2$

Nous avons donc : $a + \frac{1}{a} + 2$

Dans notre exemple, nous avons donc :

. $\left(\sqrt{a_2} + \frac{1}{\sqrt{a_2}}\right)^2 = \left(\sqrt{\frac{1}{2}\left(1+\sqrt{5}\right)} + \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2}\left(1+\sqrt{5}\right)}}\right)^2 = \frac{1}{2}\left(1+\sqrt{5}\right) + \frac{2}{1+\sqrt{5}} + 2$

. $\left(\sqrt{a_3} + \frac{1}{\sqrt{a_3}}\right)^2 = 2^2 = 4$

$$\cdot\left(\sqrt{a_4}+\frac{1}{\sqrt{a_4}}\right)^2=2^2=4$$

Ce calcul permet d'obtenir une borne inférieure à l'indice de la Matrice Laplacienne sans signe.