

Sur la démonstration du lemme de Guo, Li et Shiu
N. Lygeros, I. Pitault

Lemme: Soit G le graphe avec n sommets et m arêtes. Alors pour tout i ,

$$d_i m_i \leq 2m - (n - 1)\delta + (\delta - 1)\Delta$$

Démonstration : Pour un sommet fixé v_i , nous avons l'égalité suivante :

$$d_i m_i = \sum_{v_i v_j \in \mathcal{E}} d_j$$

$$d_i m_i = \sum_{v_i v_j \in \mathcal{E}} d_j + \sum_{v_i v_j \notin \mathcal{E}} d_j - \sum_{v_i v_j \notin \mathcal{E}} d_j$$

Cette astuce de calcul permet d'introduire le nombre d'arêtes du graphe

$$d_i m_i = 2m - \sum_{v_i v_j \notin \mathcal{E}} d_j$$

$$d_i m_i = 2m - d_i - \sum_{v_i v_j \notin \mathcal{E}, j \neq i} d_j$$

Ici, le d_i est séparé

$$d_i m_i \leq 2m - d_i - (n - 1 - d_i)\delta$$

$$d_i m_i \leq 2m - (n - 1)\delta + d_i(\delta - 1)$$

$$d_i m_i \leq 2m - (n - 1)\delta + (\delta - 1)\Delta$$

Ainsi le lemme est démontré.