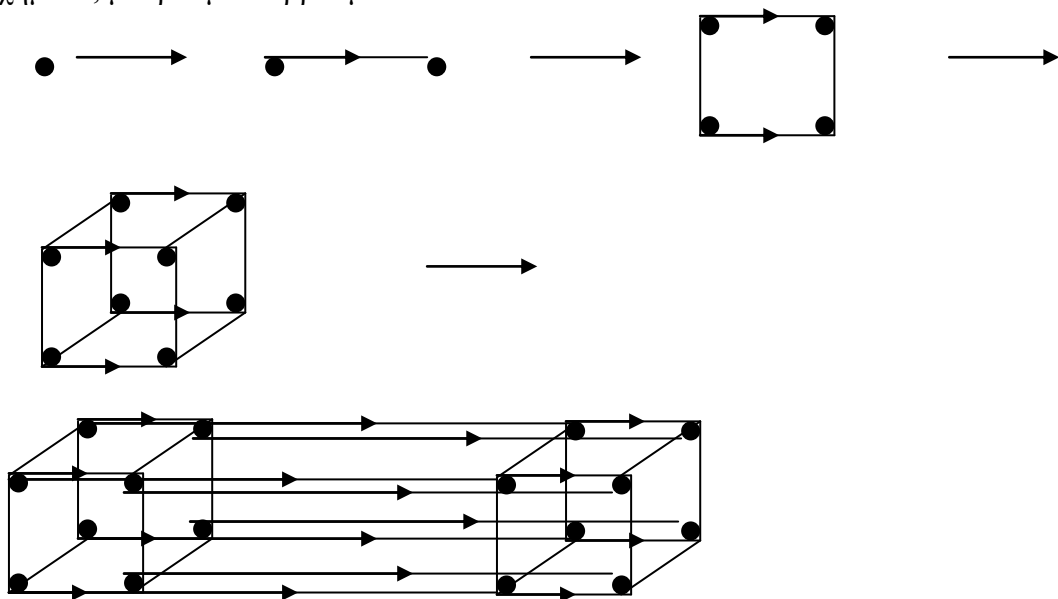


Απλοί υπολογισμοί σε υπερκύβους τάξης n

N. Αυγερόσ

Αν θέλουμε να υπολογίσουμε το πλήθος των κορυφών και των ακμών σε υπερκύβους τάξης n, μπορούμε να το καταφέρουμε με έναν απλό τρόπο. Επαγωγικά είναι δυνατόν να παράγουμε έναν υπερκύβο τάξης n μέσω ενός υπερκύβου τάξης n-1, προσθέτοντας μια διάσταση. Ο πιο απλός υπολογισμός αφορά τις κορυφές. Η έναρξη λειτουργεί με μια κορυφή για υπερκύβο τάξης 0. Στη συνέχεια πολλαπλασιάζουμε σε κάθε τάξη με τον αριθμό 2. Κατά συνέπεια έχουμε $P_n=2^n$. Έχοντας αυτό το αποτέλεσμα, μπορούμε να εξετάσουμε το θέμα των ακμών. Αν κοιτάξουμε προσεχτικά τα ακόλουθα σχήματα, μπορούμε να βρούμε τον τύπο.



Παρατηρούμε ότι με μια μετάθεση στην επόμενη διάσταση, διατηρούμε το πλήθος των αρχικών ακμών και του προσθέτουμε το πλήθος του. Επίσης με τη μετάθεση παράγουμε νέες ακμές που ξεκινούν από όλες τις προηγούμενες κορυφές, δηλαδή του υπερκύβου τάξης n-1. Συνεπώς βρίσκουμε τον εξής τύπο:

$$A_n = 2A_{n-1} + P_{n-1}$$

Όπου $P_{n-1} = 2^{n-1}$ άρα έχουμε: $A_n = 2A_{n-1} + 2^{n-1}$

Μπορούμε να αποδείξουμε επαγωγικά έχοντας υπόψη ότι $A_0=0$, $A_1=1$. Έτσι είναι δυνατόν να υπολογίσουμε: $A_2=4$, $A_3=12$ που είναι γνωστά αλλά και τη συνέχεια: $A_4=32$, $A_5=80$, $A_6=192$, κλπ.

Έχουμε λοιπόν έναν ενιαίο τύπο για τους υπερκύβους τάξης n.