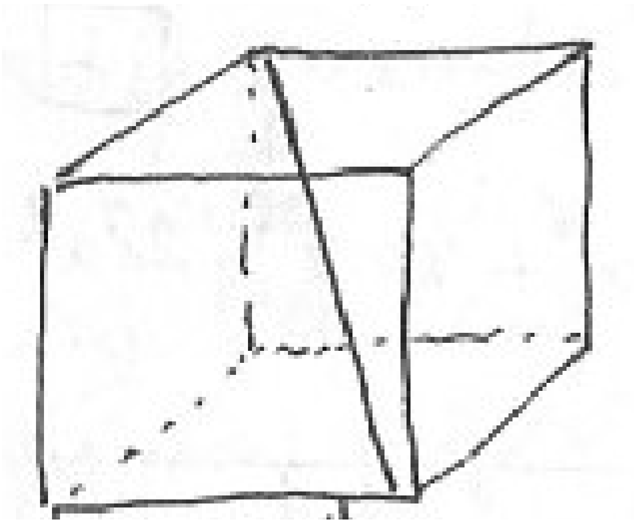
Réflexions sur le cube diagonal

N. Lygeros

Nous considérons que le cube diagonal est le graphe du cube dont deux sommets diamétralement opposés sont reliés par une arête. Il correspond à la figure suivante :



Il ne s'agit pas d'un graphe régulier puisque deux sommets sont les degrés 4 alors que les autres sont de degré 3.

Le calcul du polynôme caractéristique de la matrice d'adjacence associée à ce graphe donne :

$$\chi_{CD} = (x-1)^2(x+1)^2(x^2-3x-1)(x^2+3x-1)$$

Aussi nous avons les valeurs propres suivantes :

$$(-1)^2, (1)^2, \left(\frac{-3-\sqrt{13}}{2}\right)^1, \left(\frac{-3+\sqrt{13}}{2}\right)^1, \left(\frac{3-\sqrt{13}}{2}\right)^1, \left(\frac{3+\sqrt{13}}{2}\right)^1$$

Le même calcul mais cette fois avec la matrice lagrangienne et la matrice lagrangienne sans signe donne les polynômes suivants :

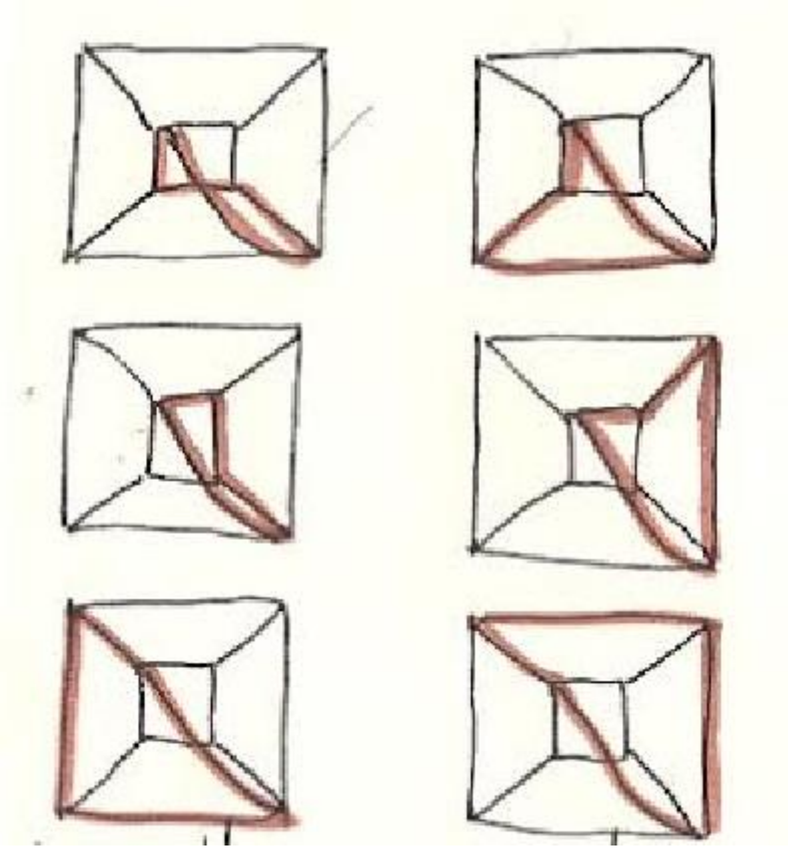
$$L_{CQ} = x(x-2)^2(x-4)^3(x^2-10x+22) \text{ et } Q_{CD} = L_{CD}$$

Nous remarquons que le rayon spectral est supérieur au degré maximal qui est égal à 4. Nous avons aussi la valeur propre 4 qui est de multiplicité 3. Ainsi nous n'avons pas les mêmes multiplicités pour tous les polynômes caractéristiques.

Nous avons les valeurs propres suivantes :

$$0,\ 2^2,\ (5-\sqrt{3})^1,\ (4)^3,\ (5+\sqrt{3})^1$$

Considérons à présent les faces exotiques du cube diagonal à savoir celles qui sont obtenues en considérant qu'une face est un cycle minimal et en appliquant ce principe sur l'arrête diagonal. En effet, l'application de ce principe sur les sommets permet d'obtenir les six faces classiques du cube. Les faces exotiques sont au nombre de six. Nous les calculons à partir des extrémités de l’arête diagonale. Ainsi sur le cube diagonal développé dans le plan nous obtenons les configurations suivantes :



Via celles-ci nous obtenons des cellules exotiques au sein du cube diagonal qui nous permet d’interpréter d’une manière triviale l’intérieur en exploitant la présence de l’arête diagonale.