Vrilissia, le 22 avril 1992

Cher Nik,

Je m'aperçois maintenant que je n'ai pas répondu à ta carte postale du 16/12/2461. Le temps passe et on s'en rend compte, d'habitude, après ! C'était très gentil à toi de me faire part du résumé de ton exposé à la Fondation Louis de Broglie. J'espère que celui-ci va paraître aux A.F.L.B. et j'aurai ainsi l'occasion et le plaisir de le lire.

En ce qui concerne la continuation du dialogue avec Mizony, je suis très indécis. Tout dialogue présuppose une mise au point claire et nette des points de vue des interlocuteurs. Or pour ma part, je n'arrive pas à clarifier la position de Mizony. Il est contre le théorème de Birkhoff, mais il s'en sert à fond. Il est contre la solution de Schwarzschild, mais il commence par l'établir. Il est contre les trous noirs, mais ses arguments sont ceux des relativistes. Il cherche à définir ce qui c'est un observateur, ce qui est quand même un élément tout à fait primitif. Quant à l'intégrale première qu'il établit, il s'agit certainement d'un résultat, mais il oublie que, sans utiliser « Birkhoff », on peut parvenir à la réduction complète du système en établissant deux intégrales premières.

Le dernier numéro de Singularité m'a laissé une impression très vive. En effet dire qu'un problème non résolu est marginal, c'est une façon de cacher les faiblesses de nos moyens et de nos méthodes. Ὄμφακες εἰσίν comme le dit le renard dans la fable de Αἴσωπος.

J'ai beaucoup apprécié ton analyse de la démonstration par ordinateur du théorème des quatre couleurs et surtout ton point de vue sur le rôle du « nouvel axiome », the Axiom of Computer. Il me semble cependant que celui-ci occupe une place à part dans le « trio infernal ».

L'hypothèse du continu et l'axiome du choix se rattachent à l'infini sous sa forme la plus redoutable, c'est-à-dire non dénombrable, tandis que l'axiome de l'ordinateur concerne des ensembles finis de cardinal très élevé.

L'article sur le théorème de Fermat m'a incité à une petite réflexion. Il y a longtemps en rédigeant des exercices pour les étudiants, je me suis aperçu que l'équation de Pythagore

$x^2 + y^2 = z^2$

se résout immédiatement sans aucune hypothèse préalable sur les entiers x, y, z. Chaque solution correspond au choix d'un entier $k > 0$ et à une factorisation de $2k^2$, $2k^2 = \lambda\mu$ avec $(\lambda > 0, \mu > 0)$ avec $x = 2k + \lambda,\ y = 2k + \mu\ \ z = 2k + \lambda + \mu$

Je vois maintenant que cette approche se généralise au cas de l'équation de Fermat :

$x^n + y^n = z^n$ (x, y, z, deux à deux premiers entre eux, n premier $\geq$ 3), mais on est (je suis) vite coincé. Cependant, on en tire quelques conditions nécessaires. En particulier :

Proposition : Il existe un polynôme de degré $n-2$ en $(z-x, z-y)$ à coefficients entiers dépendant de n, $Z = \varphi_{n-2}(z-x, z-y)$

tel que $(Z, x) = (Z, y) = 1$ et que, si (x,y,z) est une solution, on ait $x \mid xyZ$

En d’autres termes, $x \mid xyZ \Rightarrow x^n + y^n \neq z^n$ de sorte que les seuls cas douteux sont : $n \mid x$ ou $n \mid y$ ou $x \mid Z$.

Je ne suis pas en mesure d’apprécier le poids de cette réflexion, mais si la rédaction de Singularité s’y intéresse, je t’enverrai un texte détaillé.

Bien cordialement
Nikias