

## Αξίωμα του Καραθεοδωρή και αντιπαράδειγμα του Wharles

N. Λυγερός

Ο Κωνσταντίνος Καραθεοδωρή στο άρθρο του με τίτλο *Untersuchungen über die Grundlagen der Thermodynamik* που δημοσιεύτηκε το 1909, εισάγει το εξής σύστημα εξισώσεων.

$F_{1,2}(x_1, x_2) = 0$ ,  $F_{1,3}(x_1, x_3) = 0$  και  $F_{2,3}(x_2, x_3) = 0$ , οι οποίες έχουν την ιδιότητα να συνεπάγεται η καθεμιά από τις άλλες δύο. Με άλλα λόγια όπως το παρατηρεί ο Wharles, το σύνολο των σημείων  $(x_1, x_2, x_3)$  που ικανοποιούν το σύστημα, είναι το ίδιο με εκείνο που παράγει ο γράφος του συστήματος  $f_1(x_1) = f_2(x_2) = f_3(x_3)$ . Κατά κάποιο τρόπο είναι μία εκδοχή της θερμοδυναμικής αρχής.

Αν δύο συστήματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  βρίσκονται ξεχωριστά σε θερμική ισορροπία με ένα τρίτο  $\Sigma_3$ , τότε το  $\Sigma_1$  και το  $\Sigma_2$  βρίσκονται σε θερμική ισορροπία μεταξύ τους.

Και ο Καραθεοδωρή υποστήριξε ότι με αυτό το αξίωμα μπορεί να κατασκευαστεί μια εμπειρική θερμική κλίμακα, δίχως όμως να το αποδείξει. Στην πραγματικότητα, ακόμα και αν ισχύει αυτή η νοοτροπία μετά από μερικές τροποποιήσεις, από μόνη της δεν επαρκεί. Το πρόβλημα παρουσιάζεται με την ομαλότητα του μετασχηματισμού. Πιο συγκεκριμένα, το αντιπαράδειγμα του Wharles απορρίπτει την εξής προσέγγιση. Οι σχέσεις του συστήματος δεν εξασφαλίζουν τη συνέχεια της συνάρτησης.

Έστω  $S_1 = S_2 = S_3 = R$  και  $F_{i,j}(s_i, s_j) = \sin(\pi(s_i - s_j))$  όπου  $i, j = 1, 2, 3$ .

Έστω ότι υπάρχουν συνεχείς συναρτήσεις  $t_i : s_i \rightarrow R$ , για  $i = 1, 2, 3$  τέτοιες ώστε  $t_1(s_1) = t_2(s_2) = t_3(s_3) \Leftrightarrow F_{1,2}(s_1, s_2) = F_{1,3}(s_1, s_3) = F_{2,3}(s_2, s_3) = 0$ . Τότε

$t_1(s_1) = t_2(s_2) = t_3(s_3) \Leftrightarrow s_1 \equiv s_2 [1] \equiv s_3 [1]$ . Έστω  $(0, 2, 3)$  και  $(1, 2, 3)$  που ανήκουν στο  $s_1 \times s_2 \times s_3$ . Συνεπάγεται ότι  $t_1(0) = t_1(1)$  και  $t_1(s) \neq t_1(0)$  για  $s \in ]0, 1[$  συνεπώς  $t_1$  είναι ασυνεχής.

Πρέπει, λοιπόν, να προσθέσουμε απαραίτητα νέες συνθήκες στο σύστημα για να ισχύει ο συλλογισμός του Καραθεοδωρή. Το πρόβλημα είναι ότι αυτή η ενίσχυση του συστήματος δεν γίνεται με έναν μοναδικό τρόπο. Και υπάρχει το πρόβλημα της παγκοσμιότητας της ενίσχυσης. Αυτή είναι η ιδέα πάνω στην οποία βασίστηκε ο Serrin για να δώσει μια νέα μορφή του δεύτερου νόμου της θερμοδυναμικής για να αποφύγει την περιπλοκότητα της διαδικασίας.

Ιστορικά το αντιπαράδειγμα του Wharles ενίσχυσε την αρχική ιδέα του Καραθεοδωρή διότι πρόσφερε νέες τοπολογικές δυνατότητες για να εκφραστεί καλύτερα η θεμελίωση της θερμοδυναμικής, πράγμα το οποίο επιθυμούσε ο Born.