

Transcription des notes de C. Carathéodory
sur le problème de Riemann pour les surfaces minima
N. Lygeros

Problème de Riemann pour les surfaces minima

1) Il faut montrer qu'on peut faire la carte de surfaces analytiques contenant à leur intérieur des points singuliers de la forme, aux environs de ces points.

$$x = a_1 t + a_2 t^2 + \dots$$

$$y = b_1 t + b_2 t^2 + \dots$$

$$z = t^n (c_n + c_{n+1} t + \dots)$$

23 Juillet 1903.

2) Il faut montrer que si l'on a une portion de surface simplement connexe telle qu'on puisse en faire la courbe aux environs de chaque point à l'intérieur, on peut faire la carte de la surface toute entière.

3) Alors le problème de Riemann consiste à démontrer l'existence d'une portion simplement connexe de surface minima, ne contenant à l'intérieur que des singularités telles que 1 et passant par une chaîne de droites et de plans de symétrie donnée.

23 Juillet 1903

réelles identiques sont égales à une constante près et ont des dérivées égales. Donc

$$H^2 - G^2 = H_1^2 - G_1^2 \quad GH = -G_1 H_1 \quad H_1^2 + G_1^2 + H^2 + G^2 = 0$$

Les 2 solutions sont

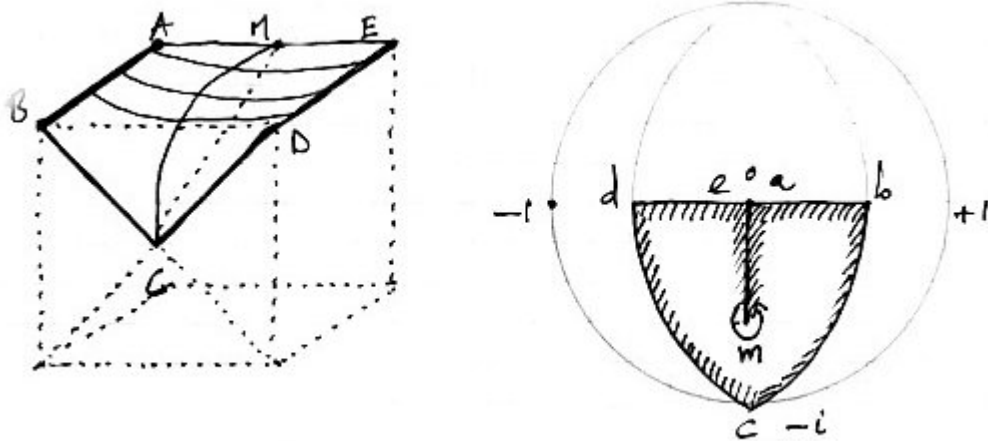
$$\left. \begin{array}{l} H_1 = iG \\ G_1 = iH \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} H_1 = -iG \\ G_1 = -iH \end{array} \right\}$$

que l'on peut prendre indifféremment.

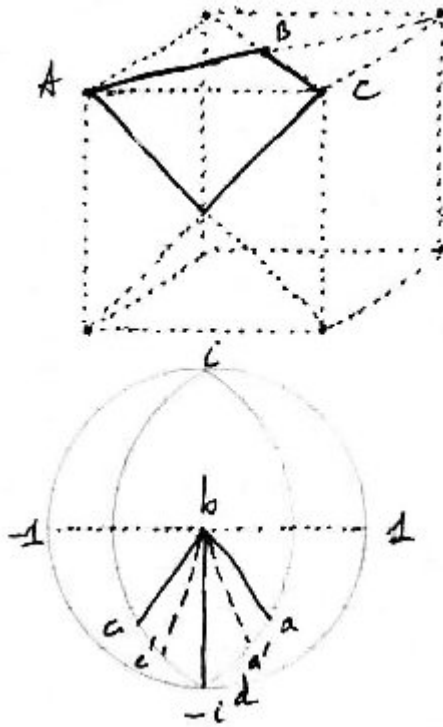
5. Pourquoi G & H ne peuvent-elles avoir des racines communes en aucun point de l'intérieur.

7 Août 1903

6. Pentagone rectangle : Exemple le plus simple d'un seul point à apparence singulière (m).



7. Si l'on donne un contour rectiligne le plan tangent est déterminé aux divers sommets de ce contour. le problème consiste donc à faire passer une surface minima par un contour donné admettant en divers point fixes des p. tg. donnés. Si le nombre de sommets c'est-à-dire de conditions de p. tg. augmente le nombre de singularités de la surface à l'intérieur augmente également. Ce nombre de singularités est infiniment lié à la forme de la représentation sphérique de la surface. Soit par exemple un quadrilatère gauche



ABCD dont la représentation
 sphérique sera abcd. si l'on
 fait varier B de façon qu'il se
 rapproche de ac bc et ab se rappro-
 cheront de la verticale bd tandis que les
 arcs cd et da resteront invariables.
 A la limite abcd se réduira à la droite
 bd mais il ne peut exister de surface
 minima.