

Απόδειξη θεωρήματος κβαντικής μηχανικής

N. Λυγερός

Θεώρημα:

Ένα σωματίδιο που κινείται σε μία χωρική διάσταση υπό την επίρεια εξωτερικού δυναμικού $V(x)$ και επιδέχεται δέσμιες καταστάσεις, οι δέσμιες καταστάσεις δεν είναι εκφυλισμένες.

Απόδειξη: Επαγωγή εις άτοπον

Έστω $\psi_1(x)$ και $\psi_2(x)$ γραμμικά ανεξάρτητες κυματοσυναρτήσεις με $E_1 = E_2 = E$

Έχουμε:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\psi_1''(x) = (E - V(x))\psi_1(x)$$

και

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\psi_2''(x) = (E - V(x))\psi_2(x)$$

Άρα

$$\psi_1''(x)\psi_2(x) = \psi_1(x)\psi_2''(x)$$

Ολοκληρώνοντας την ισότητα βρίσκουμε:

$$\psi_1'(x)\psi_2(x) = \psi_1(x)\psi_2'(x) + c$$

Όμως έχουμε

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \psi_1(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \psi_2(x) = 0$$

Κατά συνέπεια $C = 0$ οπότε $\psi_1(x)$ είναι γραμμική εξαρτημένη με την $\psi_2(x)$.

Άτοπο.