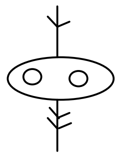
Il est évident que, sur n sommets, les posets avec
un seul doubleton d'incomparabilité sont au
nombre de $\boxed{n-1}$.



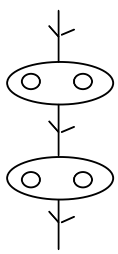
doubleton

n-1 strates donc
n-1 possibilités de
placer la strate-doubleton.

Il est un peu moins évident que, sur n sommets
les posets avec deux doubletons d'incompatibilité
sont au nombre de

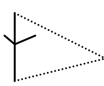
$$\boxed{\frac{1}{2}(n-1)(n-2)} = C_2^{n-1} = C_2^{n-2} + C_1^{n-2}$$

soit $C_2^{n-2} = \frac{1}{2}(n-2)(n-3)$ comprenant deux doubletons <u>disjoints</u>.

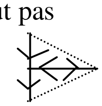


donc n-2 strates dont deux doubletons
soit C_2^{n-2} possibilités de placer les doubletons.

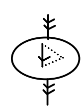
plus $C_1^{n-2} = n-2$ posets comprenant un triangle



dans la base-arête duquel on ne peut pas
insérer un élément
qui par transitivité torpillerait



l'un des cotés d'incompatibilité. Donc notre triangle
constitue une strate, parmi les n-2 strates
soit $C_1^{n-2} = n-2$ possibilités.



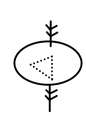
Ton ami
<u>Roland</u>

Il est plus difficile, mais faisons-le puisque tu as déjà obtenu
le résultat numérique et peut être le raisonnement complet, de voir que, sur n sommets,
les posets avec trois doubletons d'incompatibilité sont
au nombre de $\boxed{\frac{1}{6}n(n-1)(n+1) - n^2 + 4n - 6}$ <u>donc n=4 -> 4 posets</u>
à 6-3 =<u>3 arêtes.</u>

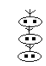
n=5 -> <u>9 posets</u> à 10 - 3 = <u>7 arêtes</u>
n=6 -> <u>17 posets à</u> 15 – 3 = <u>12 arêtes</u>
n=7 -> <u>29 posets à</u> <u>18 arêtes</u> (21-3)
n=8 -> <u>46 posets</u> <u>à 25 arêtes</u> (28-3)

d'accord ou non ?
(j'ai pu me tromper)

Voici la décomposition que je te propose :
(1) ou bien les trois doubletons forment un triangle-strate



n-2 posets possibles



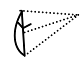
(2) ou bien les trois doubletons sont disjoints formant trois strates

C_3^{n-3} possibilité $= \boxed{\frac{1}{6}(n-3)(n-4)(n-5)}$

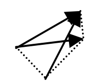
---

(3) ou bien on a une strate triangle à 2 côtés d'incompatibilité
plus une strate doubleton, soit n-3 strates dont deux
non singletons et non isomorphes $\boxed{(n-3)(n-4)}$ posets.

(4) ou bien les 3 doubletons d'incompatibilités sont adjacents
et forment une strate de 4 sommets $\boxed{n-3 \ posets}$.



(5) ou bien ils forment un zig-zag dont le complément est un zig-zag
et ce double zigzag forme une strate n-3 posets je fais l'addition en marge.



Addition :

$$\frac{1}{6}(n-3)(n-4)(n-5)+(n-2)+(n-3)(n-4)+2(n-3) = \frac{(n-3)}{6}\left(n^2-9n+20+6n-24+12\right)+(n-2)$$

$$\left(n^2-3n+8\right)$$

$$=\frac{1}{6}\left(n^3-3n^2+8n-3n^2+9n-24\right)+n-2$$

$$=\frac{1}{6}\left(n^3-6n^2+17n-24+6n-12\right)=\frac{1}{6}\left(n^3-6n^2+23n-36\right)=\frac{1}{6}\left(n^3-n\right)-n^2+4n-6$$