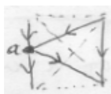
Nik, Vendredi 22 mars 91/2461

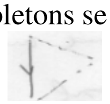
Voici la démonstration de ma formule des quatre doubletons-antichaines

Ou bien les 4 doubletons sont disjoints ; alors chacun forme une strate, parmi les n- 4 strates ; donc on a $\boxed{C_4^{n-4} = \frac{1}{24}(n-4)(n-5)(n-6)(n-7)}$ posets possibles

Ou bien les 4 doubletons appartiennent à un même quadrilatère : trois possibilités 

De plus un tel quadrilatère constitue une strate, puisqu'on ne peut pas inclure un nouvel élément au milieu d'une arête. Par exemple 

l'addition de a torpille les diagonales, qui ne peuvent rester antichaines. Donc chacune des 3 possibilités précédentes donne une strate-quadrilatère parmi n- 3 strates donc 3(n-3) posets

Ou bien les 4 doubletons se répartissent sur deux triangles impurs 
(base –arête et les deux autres cités antichaines) disjoints, formant chacun une strate parmi les n- 4 ; donc $\boxed{C_2^{n-4} = \frac{1}{2}(n-4)(n-5)}$ posets

Ou bien les 4 doubletons se répartissent sur 1 triangle impur et 2 doubletons disjoints soit n- 4 strates dont 2 sont identiques et le 3e distinct, donc

$$\boxed{C_2^{n-4}(n-6) = \frac{1}{2}(n-4)(n-5)(n-6)}$$

posets

Ou bien ils se répartissent sur un triangle pur (antichaine)  et un doubleton disjoints, soit n- 3 strates dont un triangle et un doubleton, soit $\boxed{(n-3)(n-4)}$ posets

Ou bien ils forment un 4 – zigzag qui ne peut se compléter en un pentagone que d'une seule manière à l'isomorphie près

----

P.S En parlant avec Robert Bonnet, j'ai soudain compris qu'un poset est de dimension 2 lorsque le graphe complémentaire est orientable : on l'oriente des deux façons opposées et le tour est joué.