Τα πρώτα δυναμικά συστήματα με μεταβλητές μάζες

Ν. Λυγερός

Πολύ πριν τη γενική θεώρηση των δυναμικών συστημάτων με μεταβλητές μάζας από τον von Buquoy (1781–1851) που επηρέασε το έργο του Poisson (1781–1840) και που επανακαλύφθηκε από την έρευνα του Meshchersky (1859 – 1935), μαθητή του Chebychev (1821 -1894), ο Daniel Bernoulli (1700 – 1782) στο μεγάλο του έργο περί υδροδυναμικής που δημοσιεύτηκε το 1738, μελέτησε ειδικά προβλήματα της ίδιας θεματολογίας, όπως το επεσήμανε ο Mikhailov το 1975 στην εργασία του On the History of variable – mass Systems Dynamics. Αυτό που έχει ενδιαφέρον για τον τομέα είναι ότι ο Daniel Bernoulli προέβλεψε και υπολόγισε φαινόμενα που δεν μπορούσαν να θεωρηθούν αυτονόητα και αναμενόμενα εκείνη την εποχή.

Ένα από τα συγκεκριμένα προβλήματα που μελέτησε είναι το εξής. Πρόκειται για τη γραμμική μετάθεση ενός υδροκίνητου σκάφους υπό την επιρροή της αντίδρασης - με την έννοια του Newton (1643 – 1721) - ενός υγρού που εξέρχεται ελεύθερα από μία δεξαμενή του σκάφους που γεμίζεται συνεχώς με το υγρό του χώρου όπου πλέει το σκάφος. Ο Daniel Bernoulli παρατήρησε ορθά ότι υπάρχουν δύο συνιστώσες αυτής της δύναμης και ότι το σκάφος καθυστερείται από το υγρό που χρησιμοποιείται για την μετακίνηση του λόγω της αδράνειας. Το άλλο σημαντικό σημείο που προσθέτει ο Daniel Bernoulli είναι ο ακριβής υπολογισμός της οριζόντιας δύναμης αντίδρασης. Πράγματι απέδειξε τον εξής τύπο:

$$P = 2\gamma\omega H$$

όπου γ είναι το βάρος του όγκου του υγρού,
ω είναι η διατομή της εκροής,
και H είναι η ταχύτητα της εκροής.
Επιπλέον αν κάνουμε χρήση της εξάρτησης του Η με τη ταχύτητα του αδειάσματος v_1 δηλαδή:

$$H = \frac{v_1^2}{2g}$$

Τότε ο προηγούμενος τύπος μετατρέπεται σε $P = \rho\omega v_1^2$. Όπου ρ είναι η πυκνότητα του υγρού.
Έτσι ο Daniel Bernoulli βρήκε την έλλειψη ροπής του σκάφους

$R = v_2 \rho\omega v_1$ (όπου v_2 είναι η ταχύτητα του σκάφους)

Κατά συνέπεια, η δύναμη είναι
$F = P - R = \rho\omega v_1^2 - v_2\rho\omega v_1 = \rho\omega v_1(v_1 - v_2)$

Δυστυχώς το έργο του Daniel Bernoulli δεν έγινε ευρύτερα γνωστό στην εποχή του κι ακόμα και ο μαθητής του πατέρα του Johann Bernoulli (1667 – 1769), ο Euler (1707 – 1783) δεν εξέτασε σωστά το πρόβλημα, εφόσον αμέλησε την έλλειψη ροπής, λόγω του γεμίσματος της δεξαμενής. Έτσι ο τομέας προχώρησε μόνο με τον Buquoy.