Μεταξύ 265/153 και 1351/780

Ν. Λυγερός

Σκηνή ΙΒ΄

Αλέκος
Τι μελετάς αυτές τις ώρες;

Τέρας
Μία προσέγγιση του Αρχιμήδη.

Αλέκος
Και πού βρίσκεται;

Τέρας
Μεταξύ 265/153 και 1351/780

Αλέκος
Τι βρίσκεται εκεί;

Τέρας
Η τετραγωνική ρίζα του 3.

Αλέκος
Και το βρήκε ο Αρχιμήδης;

Τέρας
Αυτό υποθέτουμε.

Αλέκος
Δεν υπάρχει απόδειξη;

Τέρας
Μόνο μερικοί λακωνικοί υπολογισμοί στο έργο του *Κύκλου μέτρησις*, τουλάχιστον αυτό που μας απέμεινε.

Αλέκος
Μπορεί να χάθηκε η απόδειξη.

Τέρας
Μπορεί και να προϋπήρχε...

Χάρης

Πότε εκδόθηκε το σύγγραμμα;

Τέρας
Το 1828 από τον Gutenäcker.

Χάρης
Τόσο αργά;

Τέρας
Τίποτα δεν είναι αργό, αν υπάρχει πια.

Αλέκος
Υπάρχουν μελέτες πάνω σ’ αυτή την προσέγγιση;

Τέρας
Βέβαια, των Hofmann, Müller και Vogel αλλά και του Σταμάτη.

Χάρης
Ποιος είναι ο Σταμάτης;

Τέρας
Ο Ευάγγελος Σταμάτης γεννήθηκε το 1898 και απεβίωσε το 1990. Με το έργο του κατανοούμε καλύτερα το βάθος του Αρχιμήδη.

Χάρης
Αλήθεια;

Τέρας
Είναι ο Σταμάτης που ανακατασκεύασε τις προτάσεις 23, 28, 36, 39, και 41 του Αρχιμήδη *Περί σφαίρας και κυλίνδρου. Χρόνος.* Αλλά μελέτησε ειδικά και την προσέγγιση του Αρχιμήδη στο άρθρο του *Γεωμετρική απόδειξις του υπό του Αρχιμήδους αριθμητικού υπολογισμού της* $\sqrt{3}$ που δημοσίευσε το 1955.

Αλέκος
Γιατί είναι τόσο σημαντική αυτή η προσέγγιση;

Τέρας
Διότι είναι ένα ενδιάμεσο μίας ακόμα πιο σημαντικής προσέγγισης.

Αλέκος
Δηλαδή;

Τέρας
$$3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}.$$

Αλέκος
Τώρα κατάλαβα το ενδιαφέρον σου.

Τέρας
Ο αριθμός π είναι αυτό που βλέπουν μερικοί, όταν όλοι κοιτάζουν τον κύκλο.

Αλέκος
Σωστή παρατήρηση, όντως. *Χρόνος.* Ο αριθμός $\sqrt{3}$ είναι άρρητος, έτσι δεν είναι;

Τέρας
Ακριβώς.

Αλέκος
Η απόδειξη είναι ανάλογη με εκείνη για τον αριθμό $\sqrt{2}$.

Τέρας
Ακολουθεί το ίδιο νοητικό σχήμα.

Αλέκος
Θα μπορούσα να τη δω;

Η Αλεξία και η Χαρά επιστρέφουν.

Αλεξία
Όπως στο διάλογο του Πλάτωνα; Όταν ο Σωκράτης μιλά με το σκλάβο;

Τέρας
Ο Επίκτητος έγραψε: «Θεώρησε τον εαυτό σου ως σκλάβο ή ελεύθερο άνθρωπο, όλα εξαρτώνται από σένα.»

Αλεξία
Ήθελα να πω ότι θα είχε ενδιαφέρον να το ζήσουμε. *Χρόνος.* Έτσι δεν είναι, Χαρά;

Χαρά
Δεν γνωρίζω αυτόν το διάλογο...

Τέρας
Η σκέψη του Σωκράτη είναι η ουσία της εποχής. Αυτός ο διάλογος είναι η ανάδειξη της μαιευτικής. Κάνει χρήση της γεωμετρίας και ο συνομιλητής του αναγνωρίζει ότι ξέρει ήδη να κατασκευάζει ένα τετράγωνο με διπλάσιο εμβαδόν ενός δεδομένου τετραγώνου.

Χαρά
Α, δεν ήξερα... Νόμιζα ότι ήταν απλώς φιλοσοφικός...

Αλεξία
Καλά, καλά... Χρόνος. Ας το κάνουμε λοιπόν.

Τέρας
Είσαι έτοιμος, Αλέκο, για την εις άτοπον επαγωγή;

Αλέκος
Πανέτοιμος.

Τέρας

Αν ο αριθμός $\sqrt{3}$ ήταν ρητός, πώς θα τον έγραφες;

Αλέκος

Θα τον έγραφα ως κλάσμα: $\sqrt{3}=\frac{\alpha}{\beta}$, όπως ο Ευκλείδης έκανε για το $\sqrt{2}$.

Τέρας

Ευκλείδης ή Πυθαγόρας δεν έχει σημασία προς το παρόν. Άρα στο τετράγωνο, τι θα είχες;

Αλέκος

$3\beta^2=\alpha^2$

Τέρας

Οι αριθμοί α και β είναι περιττοί ή άρτιοι;

Αλέκος

Και τα δύο αλλά μαζί.

Τέρας

Αν απλοποιήσουμε τους άρτιους, θα έχουμε την πρώτη περίπτωση.

Αλέκος

Ναι, όντως. Άρα, μπορώ να γράψω: $a=2\mu+1$ και $\beta=2\nu+1$. Δηλαδή: $3(2\nu+1)^2=(2\mu+1)^2$.

Τέρας

Αν αναπτύξεις αυτή την ισότητα...

Χαρά

Μετά από απλοποίηση βρίσκουμε: $6\nu^2+6\nu+1=2\mu(2\mu+1)$.

Αλέκος

Ναι, έχεις δίκιο.

Χαρά

Μ' αρέσουν οι υπολογισμοί!

Αλεξία

Κι όχι μόνο!

Αλέκος

Υπάρχει, όμως, ένα πρόβλημα!

Αλεξία

Ποιο πρόβλημα; *Χρόνος.* Έχει δικαίωμα να της αρέσει όποιος θέλει... εννοώ ό,τι θέλει.

Αλέκος

Όχι, λέω για τη νέα ισότητα. *Χρόνος.*

Χαρά
Πάλι καλά.

Αλέκος
Το πρώτο σκέλος είναι περιττός αριθμός, ενώ το δεύτερο είναι άρτιος.

Τέρας
Κατά συνέπεια;

Αλέκος
Είναι άτοπο! *Χρόνος*. Άρα, η τετραγωνική ρίζα του 3 είναι άρρητος αριθμός.

Αλεξία
Τέλεια!

Χάρης
Είδες που τα πιάνεις τώρα;

Χαρά
Όλα τα πιάνει.

Τέρας
Λοιπόν, Αλεξία, τι ήθελες από εμάς;

Η Αλεξία εξηγεί το σκεπτικό της για το πείραμα του Αρχιμήδη.