4696) Από το σπάσιμο συμμετρίας στην μποζονική μάζα

Ν. Λυγερός

Διαισθητικά η ηλεκτρασθενής θεωρία χρησιμοποιεί τα αποτελέσματα της ολικής εκδοχής της συμμετρίας στην τοπική εκδοχή. Καθώς έχουμε τον τύπο του $\mathcal{L}$agrange: $\mathcal{L}\Phi = (\partial\mu\hat{\varphi}^{\dagger})(\partial\mu\hat{\varphi}) + \mu^2\hat{\varphi}^{\dagger}\hat{\varphi} - \frac{\lambda}{4}(\hat{\varphi} + \hat{\varphi})^2$

που είναι αναλλοίωτος στους ολικούς μετασχηματισμούς SU(2) και U(1) θέλουμε αναλογικά τρία βαθμωτά πεδία SU(2) δηλαδή : $W_i^{\mu}(x)(i = 1,2,3)$

κι ένα βαθμωτό πεδίο U(1) δηλαδή : $\hat{B}^{\mu}(x)$. Καθώς $\hat{\varphi} = \begin{pmatrix} \varphi^{+} \\ \hat{\varphi}^{\circ} \end{pmatrix}$ η αναλλοίωτη παράγωγος SU(2) που δρα στο $\hat{\varphi}$ έχει τη μορφή:

$\hat{D}^{\mu} = \partial^{\mu} + ig\tau\frac{\hat{W}^{\mu}}{2}$ στην οποία προσθέτουμε το σκέλος $U(1): ig'\frac{\hat{B}^{\mu}}{2}$

Κατά συνέπεια βρίσκουμε ότι :

$$\hat{\mathcal{L}}_{G\Phi} = \left(\hat{D}_{\mu}\hat{\varphi}\right)^{\dagger}\left(\hat{D}^{\dagger}\hat{\varphi}\right) + \mu^2\hat{\varphi}^{\dagger}\hat{\varphi} - \frac{\lambda}{4}\left(\hat{\varphi}^{\dagger}\hat{\varphi}\right) - \frac{1}{4}\hat{\mathbf{F}}_{\mu\nu}\hat{\mathbf{F}}^{\mu\nu} - \frac{1}{4}\hat{\mathbf{G}}_{\mu\nu}\hat{\mathbf{G}}^{\mu\nu}$$

όπου : $$\hat{D}\mu\hat{\varphi} = \left(\partial^{\mu} + ig\tau\frac{\hat{W}^{\mu}}{2} + i\frac{g'}{2}\hat{B}^{\mu}\right)\hat{\varphi}$$

$$\hat{\mathbf{F}}^{\mu\nu} = \partial^{\mu}\hat{W}^{\nu} - \partial^{\nu}\hat{W}^{\mu} - g\hat{W}^{\mu}\times\hat{W}^{\nu}$$

$$\hat{\mathbf{G}}^{\mu\nu} = \partial^{\mu}\hat{B}^{\nu} - \partial^{\nu}\hat{B}^{\mu}$$

Στο πλαίσιο της μη μηδενικής διακύμανσης του κενού χρειαζόμαστε μετά από το σπάσιμο συμμετρίας, τρία βαθμωτά μποζόνια με μάζα ($W^{\pm}$ και Z°) κι ένα βαθμωτό μποζόνιο δίχως μάζα (φωτόνιο). Υπάρχουν πολλοί τρόποι επιλογής αλλά ο πιο αποτελεσματικός, ή μάλλον ο πιο οικονομικός όσον αφορά το ξυράφι του Occam , είναι η επιλογή του Weinberg $<0|\hat{\varphi}|0> = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\mathrm{v}}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ όπου $\frac{\mathrm{v}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}\mu}{\sqrt{\lambda}}$

Το κενό παραμένει αναλλοίωτο στον συνδυασμό των μετασχηματισμών U(1) και το τρίτο σκέλος του SU(2)

Άρα έχουμε : $\left(\frac{1}{2} + t_3^{\frac{1}{2}}\right) < 0|\hat{\varphi}|0 >= 0$

Συνεπώς : $$< 0|\hat{\varphi}|0 > \to \left(< 0|\hat{\varphi}|0 >\right)' = e^{i\alpha\left(\frac{1}{2}+t_3^{\frac{1}{2}}\right)}.< 0|\hat{\varphi}|0 > = < 0|\hat{\varphi}|0 >$$

όπου $$t_3^{\frac{1}{2}} = \frac{\tau_3}{2}$$

$$\hat{\varphi} = e^{-i\theta(x).\tau/2v}$$

Για να δούμε το φάσμα του σωματιδίου χρειαζόμαστε τις τελειώσεις της επιλογής του Weinberg :

Παραμετροποίηση : $\hat{\varphi} = e^{-i\hat{\theta}(x).\tau/2\text{v}} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \left(v + \hat{H}(x) \right) \right)$

Για λόγους απλοποίησης είναι προτιμότερο να κάνουμε τους υπολογισμούς σε μοναδιαίο βαθμωτό, άρα : $\hat{\varphi} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\text{v} + \hat{H}(x) \right) \end{pmatrix}$

Με αυτήν την αντικατάσταση στον τύπο του $\mathcal{L}$agrange, αν κρατήσουμε τους όρους δεύτερης τάξης, θα έχουμε το εξής αποτέλεσμα :

$\mathcal{L}_{G\Phi=}$

$$\frac{1}{2}\partial\mu\hat{H}\partial^{\mu}\hat{H} - \mu^2\hat{H}^2$$

$$\left.\begin{aligned} &-\frac{1}{4}\left(\partial_\mu\hat{W}_{\lambda\nu} - \partial_\nu\hat{W}_{\lambda\mu}\right)\left(\partial^\dagger\hat{W}_\lambda^\nu - \partial^\nu\hat{W}_\lambda^\mu\right) + \frac{1}{8}g^2v^2\hat{W}_{\lambda\mu}\hat{W}_\lambda^\mu \\ &-\frac{1}{4}\left(\partial_\mu\hat{W}_{2\nu} - \partial_\nu\hat{W}_{2\mu}\right)\left(\partial^\dagger\hat{W}_2^\nu - \partial^\nu\hat{W}_2^\mu\right) + \frac{1}{8}g^2v^2\hat{W}_{2\mu}\hat{W}_2^\mu \end{aligned}\right\} \hat{W}_1 \ \kappa\alpha\iota \ \hat{W}_2 \ (1) \ M_1 = M_2 = \frac{gv}{2} = M_w$$

$$\left.\begin{aligned} &-\frac{1}{4}\left(\partial_\mu\hat{W}_{3\nu} - \partial_\nu\hat{W}_{3\mu}\right)\left(\partial^\dagger\hat{W}_3^\nu - \partial^\nu\hat{W}_3^\mu\right) - \frac{1}{4}\hat{G}_{\mu\nu}\hat{G}^{\mu\nu} \\ &+\frac{1}{8}v^2\left(g\hat{W}_{3\mu} - g'\hat{B}_\mu\right)\left(g\hat{W}_3^\mu - g'\hat{B}^\mu\right) \end{aligned}\right\} W_3 \ \kappa\alpha\iota \ \hat{B} \ (2)$$

Το μείγμα $\hat{W}$ και $\hat{B}$ μπορεί να χωριστεί, διότι το $g\hat{W}_3^\mu - g'\hat{B}^\dagger$ αποκτά μάζα.
Θέτουμε λοιπόν τον κανονικοποιημένο γραμμικό συνδυασμό:
$\hat{Z}^\mu = \cos\theta_w\hat{W}_3^\dagger - \sin\theta_v\hat{B}^\mu$

όπου $\cos\theta_w = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \sin\theta_w = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}$ και $\hat{A}^\mu = \sin\theta_w\hat{W}_3^\dagger + \cos\theta_w\hat{B}^\mu$

¨Έτσι το μείγμα μετατρέπεται σε:

$$-\frac{1}{4}\left(\partial_\mu\hat{Z}_\nu - \partial_\nu\hat{Z}_\mu\right)\left(\partial_\mu\hat{Z}^\nu - \partial^\nu\hat{Z}^\mu\right) + \frac{1}{8}v^2\left(g^2 + g'^2\right)\hat{Z}_\mu\hat{Z}_\nu - \frac{1}{4}\hat{F}_{\mu\nu}\hat{F}^{\mu\nu}$$

όπου $\hat{F}_{\mu\nu} = \partial_\mu\hat{A}_\nu - \partial_\nu\hat{A}_\mu$

Άρα, η μάζα του Ζ είναι: $\text{M}_z = 1/2\,\text{v}\sqrt{\text{g}^2 + \text{g}'^2} = Mw/\cos\theta_w$

Και βέβαια $M_A = 0$

Τελικά, αν εξετάσουμε τους βαθμούς ελευθερίας έχουμε:

- Τύπο του Lagrange: 12
  - 3 $\hat{W}$ δίχως μάζα, 1 $\hat{B}$ δίχως μάζα, άρα 8

- Και 4 $\hat{\varphi}_-$ πεδία.

- Μετά το σπάσιμο συμμετρίας:
    - 3 διανυσματικά πεδία με μάζα $\hat{W}_1$, $\hat{W}_2$ και $\hat{Z}$, άρα 9.
    - 1 διανυσματικό πεδίο χωρίς μάζα $\hat{A}$, άρα 2
    - 1 πεδίο $\hat{H}$ με μάζα, άρα 1.