

Soit C_2 la chaîne de cardinal 2, pour voir que son compenseur b est nul, il suffit d'écrire

$$C_2 / \mathcal{A} - C_2 / A_1 + b C_2 / C_2 = 0$$

soit $1 - 1 + b = 0$

Plus généralement, excepté l'antichaine A_n

de compenseur $(-1)^m$, tous les autres compenseurs sont nuls sur la ligne du vide.

En effet, soit un poset de cardinal n , non antichaine, et p le nombre de ses éléments minimaux, (donc $p < n$). Par récurrence, nous

supposons le compenseur a_x nul pour tout poset X

non antichaine et de cardinal $2, 3, \dots, n-1$. Nous avons

$$\text{donc l'égalité } P / \mathcal{A} - P / A_1 + P / A_2 - P / A_3 + (-1)^p P / A_p + \dots + a_p P / P = 0$$

$$\text{soit } 1 - p + C_2^p - C_3^p + \dots + (-1)^p C_p^p + a_p = 0 \text{ donc } a_p = 0$$

Puisque tout est simple pour la ligne du vide,

Définissons la ligne du singleton comme une fonction

Associant, à chaque poset fini non vide X un compenseur a_x

tel que, pour chaque poset fixe non singleton P ,

la somme $\sum a_x(P/X) = 0$, le départ étant fixé

par $a_1 = 1$ (compenseur associé au singleton A_1)

Calculons les premiers compenseurs de la ligne du singleton.

Pour le cardinal 2, nous avons deux posets, l'antichaine A_2

et la chaîne C_2 .

Soit a_2 le compenseur de A_2 , alors

$$A_2 / A_1 + a_2 A_2 / A_2 = 0 \text{ soit } 2 + a_2 = 0 \text{ donc } a_2 = -2$$

Soit g_2 le compenseur de la chaîne C_2 , alors

$$C_2 / A_1 + g_2 C_2 / C_2 = 0 \text{ soit } 1 + g_2 = 0 \text{ donc } g_2 = -1$$