

CHAMP SPINORIEL (DIRAC)

En espace des impulsions

^ spin up (haut)
v spin down (bas)

b_{\wedge} b_{\vee} b_{\wedge}^* b_{\vee}^* fermion
 d_{\wedge} d_{\vee} d_{\wedge}^* d_{\vee}^* antifermion
annihilateur créateur

un vecteur de base est de la forme :

$$\frac{1}{\sqrt{k!l!m!n!}} b_{\wedge}^*(p_1) \dots b_{\wedge}^*(p_k) b_{\vee}^*(q_1) \dots b_{\vee}^*(q_l) d_{\wedge}^*(r_1) \dots d_{\wedge}^*(r_m) d_{\vee}^*(s_1) \dots d_{\vee}^*(s_n) 0 >$$

(0> vecteur du vide)

Le produit scalaire des vecteurs de base de natures distinctes est nul ;

Exemple : $\langle 0 b_{\wedge}(p) b_{\vee}^*(q) 0 \rangle = -\langle 0 b_{\vee}^*(q) b_{\wedge}(p) 0 \rangle = 0$

on applique l'anticommuation de deux opérateurs de nature distinctes

$$b_{\wedge}(p) b_{\vee}^*(q) = -b_{\vee}^*(q) b_{\wedge}(p)$$

Produit scalaire de deux vecteurs de même nature

Exemple : $\langle 0 b_{\wedge}(p_2) b_{\wedge}(p_1) b_{\wedge}^*(p_1) b_{\wedge}^*(p_2) 0 \rangle$

$$= \langle 0 b_{\wedge}(p_2) b_{\wedge}^*(p_2) 0 \rangle \delta(p_1 - p_1) - \langle 0 b_{\wedge}(p_2) b_{\wedge}^*(p_1) b_{\wedge}(p_1) b_{\wedge}^*(p_2) 0 \rangle$$

(puisque $b_{\wedge}(p_1) b_{\wedge}^*(p_1) = -b_{\wedge}^*(p_1) b_{\wedge}(p_1) + \delta(p_1 - p_1)$)

$$= \delta(p_1 - p_1) \delta(p_2 - p_2) - \langle 0 b_{\wedge}(p_2) b_{\wedge}^*(p_1) 0 \rangle \delta(p_1 - p_2)$$

$$= \delta(p_1 - p_1) \delta(p_2 - p_2) - \delta(p_1 - p_2) \delta(p_2 - p_1) = \underbrace{Det(\delta(p_i - p_j))}_{i,j \text{ de } 1 \text{ à } 2}$$