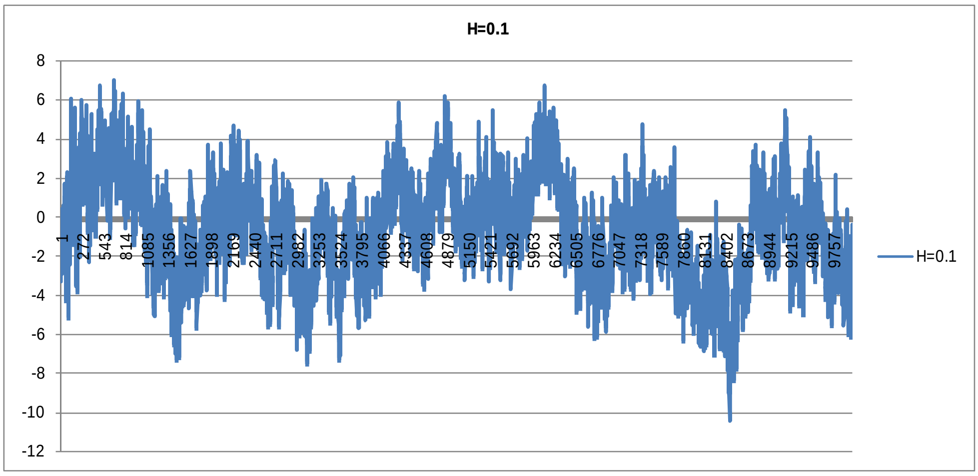
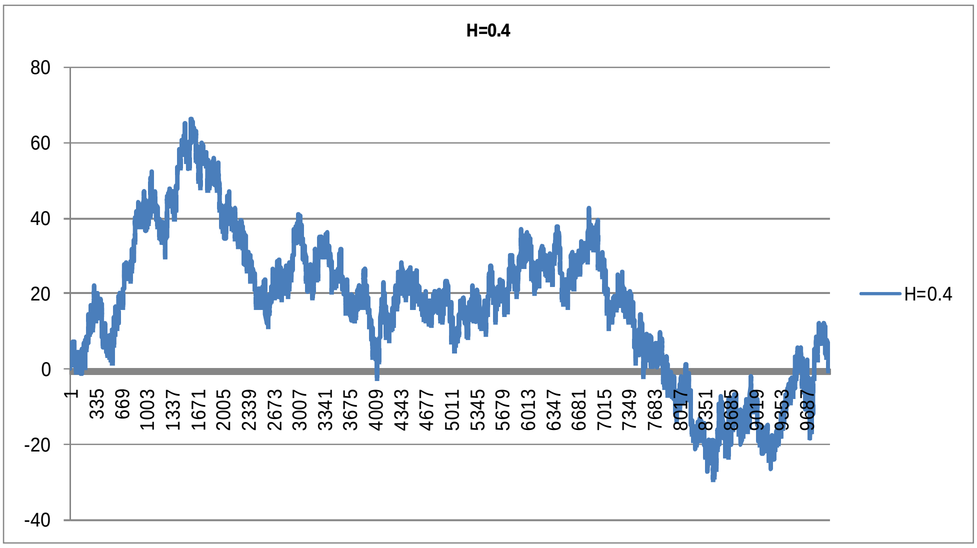
Remarques computationnelles sur le mouvement brownien fractionnaire antipersistant

P. Gazzano – N. Lygeros

I. Introduction

Les mouvements antipersistants ont la propriété de voir leurs incréments changer de signes après une déviation importante autour de la moyenne. De ce fait, un mouvement brownien antipersistant ayant un H proche de 0.1 ne restera pas longtemps loin de 0, contrairement au cas persistant. D’où le nom de « mémoire courte ».





2. Implémentation et calculs

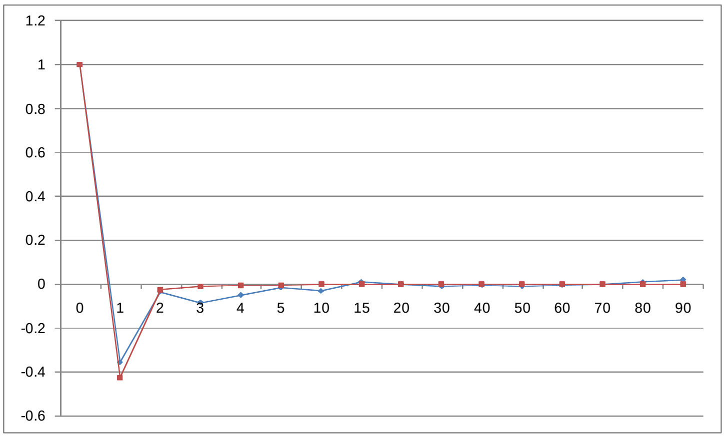
2.1 Description

Nous avons implémenté le mouvement brownien antipersistant en utilisant le noyau hypergéométrique KH (cf article précédent). L'avantage de cet algorithme est l'exactitude des calculs, puisque celui-ci ne fait aucune approximation.

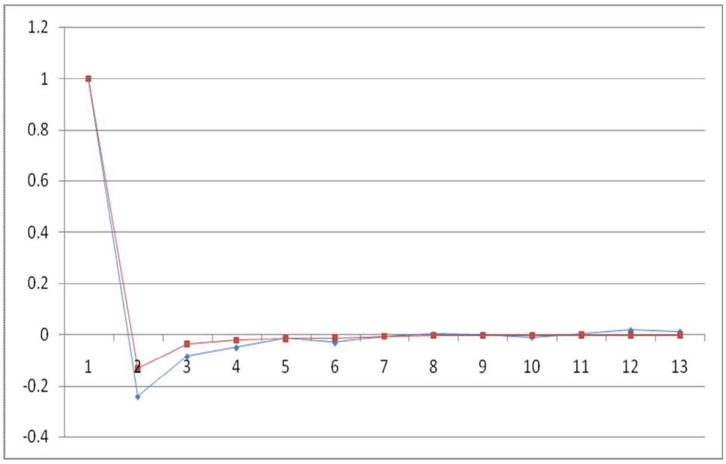
2.2 Etude de la variance et de la covariance

Le tracé rouge correspond à la fonction de covariance $\frac{1}{2}\left(|t|^{2H}+|t+\delta|^{2H}-|t-\delta|^{2H}\right)$, et le tracé bleu représente les estimations de $E\left[\left(X(t+\tau)-X(t)\right)^2\right]$ pour une série de 10000 points.

Pour H=0.1, nous avons le graphique suivant :



et pour H=0.4, nous avons celui-ci :



Ces graphiques montrent que pour les fréquences hautes, les incréments sont négativement corrélés, tandis que pour les fréquences basses, les incréments ont une corrélation nulle.

Pour une série de 10000 points, le nombre de couples d'incréments de même signe, sont de l'ordre de 4400 pour un mouvement de type H=0.1. Il est de 5000 pour un mouvement brownien et pour H=0.9, de l'ordre de 7300. Ceci prouve qu'un mouvement antipersistant ne sera pas un processus avec des cycles et des tendances générales. Le mouvement antipersistant retournera rapidement à son état initial, c'est-à-dire 0 si la première valeur est fixée à 0. Ainsi la mémoire courte de ce type de mouvement brownien ne permet pas d'engendrer de phénomènes nouveaux susceptibles de créer une nouvelle dynamique. La proximité de l'équilibre, joue le rôle de superstabilisateur pour l'ensemble du système. En d'autres termes, malgré l'absence de principe déterministe direct ou d’une hiérarchie stricte, la mémoire courte interdit la créativité que nous observons dans les phénomènes mis en évidence par Prigogine. La simplicité de la dynamique dans l’espace provient de l’interdiction de la mémoire longue. Nous nous retrouvons donc dans un cadre qui tend vers les principes décrits par Markov.