

Νοητικά εργαλεία και Γενική Σχετικότητα

Νίκος Λυγερός

Μέσω της θεωρίας της Γενικής Σχετικότητας ο Einstein ήταν ικανός να προβλέψει την ανώμαλη μετάπτωση του περιηλίου του Ερμή σε σχέση με τη θεωρία της βαρύτητας του Newton ήδη από το 1915. Πιο συγκεκριμένα, είναι στις 18 Νοεμβρίου 1915 που παρουσίασε στην Ακαδημία της Πρωσίας την εξήγηση αυτού του φαινομένου, το οποίο ήταν ανοιχτό πρόβλημα για 60 χρόνια. Στην ίδια παρουσίαση μάλιστα προβλέπει και την εκτροπή του φωτός κοντά στον Ήλιο. Ας επανέλθουμε στο αρχικό πρόβλημα επισημαίνοντας μια εγγενή δυσκολία της Γενικής Σχετικότητας. Σ' αυτή τη θεωρία μόνο το πρόβλημα με ένα σώμα είχε ακριβή λύση. Ήδη για δύο σώματα, η προσέγγιση είναι απαραίτητη. Η μεθοδολογία του Einstein ακολουθεί τα εξής βήματα:

- 1) Υπολογισμός του σφαιρικά συμμετρικού πεδίου βαρύτητας ενός άστρου.
- 2) Προσέγγιση του βαρυτικού πεδίου σε μακρινή απόσταση.
- 3) Εισαγωγή και μελέτη της τροχιάς ενός σωματιδίου τεστ.
- 4) Εφαρμογή στο δίδυμο Ήλιος – Ερμής.

Το αποτέλεσμα του Einstein ήταν το εξής:

$$\varphi = \frac{6\pi G M_s}{c^2 a (1 - e^2)} = \frac{24\pi^3 a^2}{T^2 c^2 (1 - e^2)}$$

όπου a είναι ο μεγάλος ημιάξονας της έλλειψης, e , η εκκεντρότητά της, G , η σταθερά της βαρύτητας, M_s , η μάζα του Ήλιου και T , η περίοδος.

Τα δεδομένα του Ερμή είναι:

$$\begin{cases} a \simeq 5,8 \cdot 10^{10} \text{ m} \\ e \simeq 0,2 \\ T \simeq 88 \text{ μέρες} \end{cases}$$

Άρα : $\varphi \simeq 43,03$

Η πρόβλεψη είναι βέβαια ολοκληρωμένη όταν προσθέτουμε τη δράση των άλλων πλανητών του ηλιακού συστήματος. Η όλη πρόβλεψη για να υλοποιηθεί μέσω της Γενικής Σχετικότητας χρειάστηκε διάφορα εργαλεία: Τα σύμβολα του Christoffel (1869), τον ταυστικό λογισμό του Levi – Civita και βέβαια το λογισμό μεταβολών των Bernoulli, Euler και Lagrange.

Η βασική έννοια είναι η γεωδαισιακή. Στην κλασσική μηχανική, η τροχιά ενός ελεύθερου σωματιδίου είναι μια ευθεία γραμμή, ενώ στη Γενική Σχετικότητα, η κοσμική γραμμή ενός αδρανειακού παρατηρητή πρέπει να είναι μία γεωδαισιακή. Με άλλα λόγια είναι η ελαχιστοποίηση της απόστασης πάνω στη γεωμετρία που αποτελεί το υπόβαθρο. Γι' αυτό το λόγο είναι αναμενόμενη η χρήση του λογισμού μεταβολών για την εύρεση της γεωδαισιακής. Επί πλέον η προσέγγιση του Lagrange είναι φυσιολογική σε αυτό το πλαίσιο. Ενώ τα σύμβολα του Christoffel μας επιτρέπουν να γνωρίζουμε κατά πόσο αποκλίνουμε από τη γεωδαισιακή. Πιο θεμελιακά, αυτά τα σύμβολα λειτουργούν καθοριστικά για την επίλυση του προβλήματος της παράλληλης μεταφοράς και της κατανόησης της αρχής της ισοδυναμίας.