# Ταξινόμηση των συνόλων μερικής διάταξης

# ανάλογα με το βαθμό των στοιχείων τους

Ν. Λυγερός

Έστω ένα πεπερασμένο σύνολο μερικής διάταξης $\underline{P_n^n}$ τάξης n, το οποίο έχει r σχέσεις. Έστω $\underline{d_i}$ ο βαθμός ενός στοιχείου i του. Έχουμε: $2r = \sum_{i=1}^{n} d_i$. Επιπλέον έστω $P_n$ το σύνολο των συνόλων μερικής διάταξης, τάξης n. Έχουμε $P_n = \sum_{n=0}^{\frac{n(n-1)}{2}} P_n^r$. Αυτό σημαίνει ότι μπορούμε να ταξινομήσουμε αυτά τα σύνολα ανάλογα με το πλήθος των σχέσεών τους. Όμως καθώς οι σχέσεις αποτελούν το αποτέλεσμα ενός επιμερισμού του πλήθους των βαθμών, υπάρχει λοιπόν δυνατή ταξινόμηση των συνόλων μερικής διάταξης ανάλογα με το βαθμό των στοιχείων τους. Ας εξετάσουμε τις πρώτες πεπερασμένες περιπτώσεις έως $n = 4$.

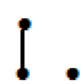
- Για $n = 0$, υπάρχει μόνο η εκφυλισμένη περίπτωση.
- Για $n = 1$, υπάρχει μόνο η τετριμμένη περίπτωση δίχως σχέσεις $\boxed{0} \longrightarrow (1)$, .
- Για $n = 2$, έχουμε τις εξής περιπτώσεις.
- $\begin{cases} r = 0 & \boxed{0|0} \longrightarrow (1), \\ r = 1 & \boxed{1|1} \longrightarrow (1), \end{cases}$

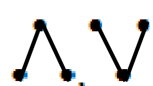


- Για $n = 3$, έχουμε την πρώτη γενική περίπτωση του προβλήματός μας.

$$\begin{cases} r = 0 & \boxed{0\,|\,0\,|\,0} \longrightarrow (1), \\ r = 1 & \begin{cases} \boxed{2\,|\,0\,|\,0} \longrightarrow \emptyset \\ \boxed{1\,|\,1\,|\,0} \longrightarrow (1), \end{cases} \\ r = 2 & \begin{cases} \boxed{2\,|\,2\,|\,0} \longrightarrow \emptyset \\ \boxed{2\,|\,1\,|\,1} \longrightarrow (2), \end{cases} \\ r = 3 & \boxed{2\,|\,2\,|\,2} \longrightarrow (1), \end{cases}$$







- Για $\underline{n = 4}$ έχουμε τις εξής περιπτώσεις