

Sur les paradoxes géométriques de Leonardo da Vinci

N. Lygeros

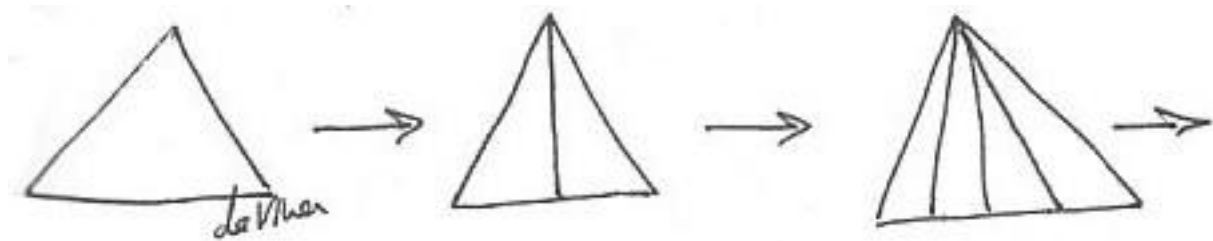
Une des préoccupations de Leonardo da Vinci dans le monde concerne indirectement la représentation de l'infini. Il n'a certes pas l'outil mathématique adéquat comme par exemple l'analyse non standard mais il pose des questions qui ne manquent pas d'intérêt dans la géométrie élémentaire. C'est en ce sens que nous pouvons parler de paradoxes géométriques. Considérons le premier extrait du manuscrit M.

« Si l'angle est le contact de deux lignes, les lignes se terminant en un point, un nombre infini de lignes peut commencer en ce point et inversement une infinité de lignes peut y aboutir ; donc, il peut être commun à la naissance et au terme de lignes innombrables. »

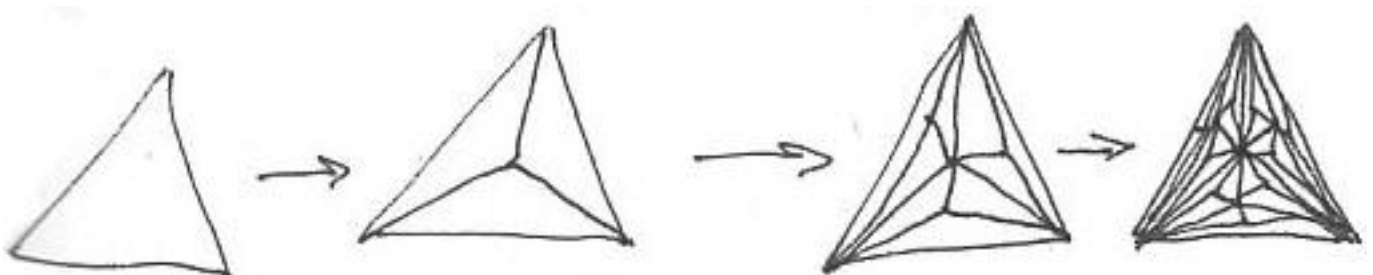
Ce constat mathématique n'est un paradoxe qu'en apparence car le point, dans la géométrie euclidienne en l'occurrence, est sans dimension. Les lignes sont de dimensions mais n'ont pas d'épaisseur. Aussi il est possible de faire concourir une infinité de droites. Il s'agit ensuite d'une simple interprétation que de considérer ce point comme une naissance ou un terme. Ce problème est d'ailleurs présent en électrostatique avec les lignes de champ.

Considérons à présent le problème du triangle.

« Il paraît étrange que le triangle se termine par un point à l'angle opposé à la base et que, des extrémités de la base, on puisse diviser le triangle en une infinité de parties : il semble ici que le point étant le terme commun de toutes les dites divisions, il est, comme le triangle, divisible à l'infini. »



Si Leonardo da Vinci accepte qu'un triangle puisse être divisé à l'infini, cela n'implique pas nécessairement cette configuration qui s'appuie sur la droite et un élément extérieur. En effet, à l'aide de la triangulation le triangle offre d'autres possibilités



De cette manière, nous avons une démultiplication du point unique considéré par Leonardo da Vinci. Dans tous les cas, nous avons des problèmes analogues dans la théorie des Somas de Carathéodory puisqu'il faut décider des problèmes d'appartenance à l'intérieur ou l'extérieur d'un objet. Ce point pose des problèmes avec les fermés en raison de la frontière. Aussi nous ne pouvons éviter le problème mentionné par Leonardo da Vinci.

Considérons à présent le problème des parallèles circulaires.

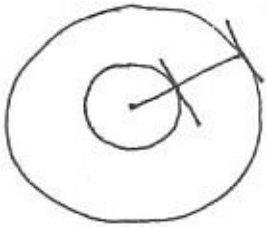
« Les lignes qui forment les parallèles circulaires ne peuvent être de même courbure, attendu que si l'on terminait leurs cercles, leur contact ou intersection se trouveraient en deux endroits. »



Voici le schéma que nous pouvons construire.

« Pour les lignes courbes dont se composent les parallèles courbes, il importe que la partie et le tout de l'une, et la partie et le tout de l'autre, soient ensemble, chacune isolément, équidistantes d'un centre unique. »

Cette remarque de Leonardo da Vinci est intéressante pour comprendre la notion de rayon de courbure qui n'est pas immédiate dans les géométries non euclidiennes. Dans tous les cas, comme l'a mis en évidence Michel Mizony, il serait plus judicieux de parler de périmètre de courbure et ceci entraînerait moins d'erreurs d'interprétation. En ce qui concerne le problème proprement dit, Leonardo da Vinci met en évidence la notion d'homothétie.



Ainsi la notion de parallélisme, ne se ramène pas à celle de déplacement via une translation car elle conserverait le même rayon de courbure.

De cette manière, il est possible d'interpréter deux droites parallèles comme des cercles homothétiques de rayon infini et pas seulement des objets qui ont une courbure infinie. C'est donc un cas dégénéré du cas général du parallélisme sur des objets différents des droites.