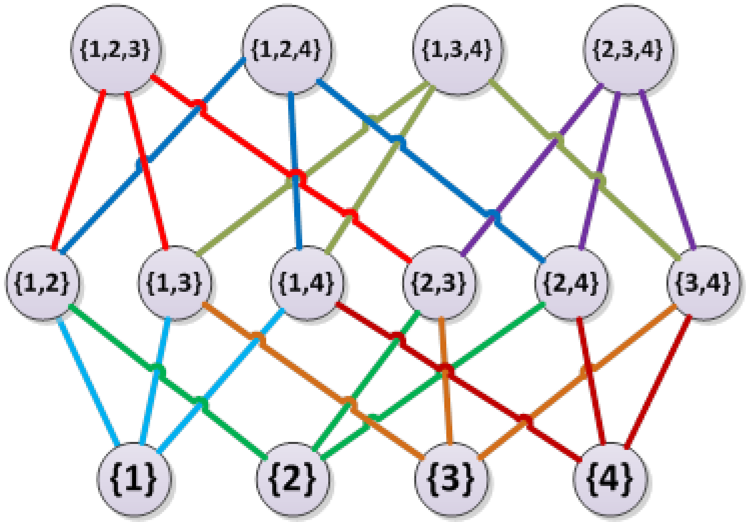
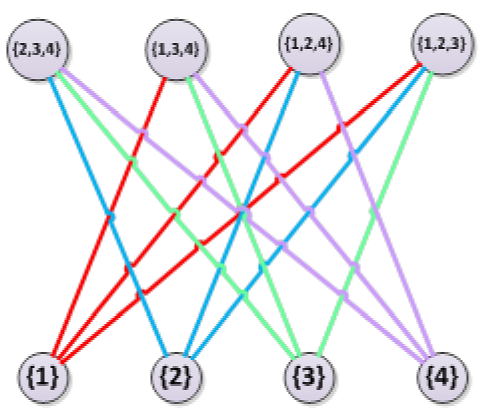
Réflexions sur la représentabilité par inclusion de cercles des posets

N. Lygeros

Soit P14



et S4



Fait : S4 $\underset{\text{Mineur}}{\underline{C}}$ P14

Dans le cadre de la théorie des graphes mineurs, nous avons :

Tout est graphe mineur de G si et seulement si il est obtenu par une des opérations suivantes :

Sur G : 1) Suppression d'un sommet

2) Suppression d'une arête

3) Contraction d'une arête

S4 est un graphe mineur de G, car il est obtenu par la suppression des sommets qui correspondent aux doublets {i, j}

Comme P14 est graphe mineur de l'hypercube 2^4, nous en déduisons que dim(P14)=4 car S4=4.

D'après la conjecture de Sydney-Sydney-Urrutia, P14 est le plus petit poset non représentable par l'inclusion de cercles.

Comme nous savons d'après Bayon-Lygeros-Sereni que tous les posets d'ordre 10 sont représentables par inclusion de cercles, nous en déduisons que le plus petit poset non représentable par inclusion de cercles, vérifie les propriétés suivantes :

$$11 \leq \text{card}(\text{Pmin}) \leq 14$$

$$3 \leq \dim(\text{Pmin}) \leq 6$$

Cependant que dire de la largeur ou de la hauteur de Pmin ? Par exemple, la famille S4 des posets standard permet d'obtenir l'égalité suivante :

$$\dim(\text{Sn})=\text{width}(\text{Sn})=n$$

aussi la longueur ne permet pas de discerner aisément le problème de la représentabilité par incursion de cercles. Aussi même pour une hauteur fixée à deux, comme pour les graphes bipartis, il n'est pas clair de voir la méthode à suivre pour rechercher des contre-exemples sauf pour des cas extrêmement particulier comme les Kn,n qui sont trivialement représentables par inclusion de cercles.