Περί κανονικών αριθμών
Ν. Λυγερός

Η ιστορία των κανονικών αριθμών αρχίζει με το Λήμμα Borel-Cantelli. Αυτό έδωσε βάση σε αυτήν την ιδιόμορφη έννοια αφού χάρη σε αυτό ο Borel απέδειξε το 1909 ότι σχεδόν όλοι οι πραγματικοί αριθμοί είναι κανονικοί, με την έννοια ότι το σύνολο των μη κανονικών αριθμών έχει μηδενικό μέρος Lebesgue. Πρακτικά βέβαια είναι πολύ δύσκολο να αποδείξουμε ότι κλασικές σταθερές, όπως ο π, είναι κανονικοί αριθμοί, αν και τα πειραματικά δεδομένα τείνουν προς αυτήν την εικασία. Σε κάθε περίπτωση όμως υπάρχουν αριθμοί που έχουν κατασκευαστεί με τον κατάλληλο τρόπο έτσι ώστε η απόδειξη να είναι απλή. Το πρώτο χειροπιαστό παράδειγμα είναι ο αριθμός του Champernowne: 0,123456789101112131415… Από τη μορφή του είναι ξεκάθαρο ότι πρόκειται για κανονικό αριθμό αφού κάθε ψηφίο εμφανίζεται σε βάση 10 με μια κατανομή που είναι κανονική. Η σταθερά του Copeland-Erdős χρειάζεται μια απόδειξη και αυτό έγινε το 1946. Επειδή η έννοια του πρώτου δεν σχετίζεται άμεσα με το θέμα αριθμός 0,2357111317… για την κανονικότητα του απαιτήθηκε ο ορισμός του Besicovitch δηλαδή ότι ένας αριθμός A σε μία βάση β, λέγεται ότι είναι (ε, κ) κανονικός αν κάθε συνδυασμός ω ψηφίων εμφανίζεται ανάμεσα στα ψηφία του αριθμού A με μια σχετική συχνότητα μεταξύ $\beta^{-\kappa} - \varepsilon$ και $\beta^{-\kappa} + \varepsilon$. Μάλιστα με αυτόν τον ορισμό ο Besicovitch το 1936 είχε αποδείξει ότι ο επόμενος αριθμός 0,1491625364964… είναι κανονικός σε βάση 10. Είχε χρησιμοποιήσει τη συνάρτηση φίλτρο: n→ f(n)= n^2 για να κατασκευάσει τον αριθμό: 0,f(1)f(2)f(3)f(4)… Το 1952 ο Davenport και ο Erdős γενίκευσαν το θεώρημά του αλλάζοντας τη συνάρτηση φίλτρο και βάζοντας οποιοδήποτε πολυώνυμο, το οποίο σε φυσικούς αριθμούς, έχει φυσικές τιμές. Και το 1992, οι Nakai και Shiokawa το γενίκευσαν για οποιοδήποτε πολυώνυμο, με πραγματικούς συντελεστές που είναι θετικό για θετικές τιμές.