

Construction et remarques sur le groupe de Tits

N. Lygeros

Soit le commutateur : $[a, b] = aba^{-1}b^{-1}$

Considérons deux générateurs a et b avec $a^2 = 1$ et $b^3 = 1$

Soient les relations : $(ab)^{13} = 1$ et $(abababab^{-1})^6 = 1$. En utilisant le commutateur, posons $[a, b]^5 = 1$ et $[a, bab]^4 = 1$. De cette manière, nous obtenons le groupe de Tits. Il s'agit d'un groupe simple fini d'ordre $2^{11} \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 13$. Il correspond au sous-groupe dérivé du groupe de Ree ${}^2F_4(2)$. Son groupe d'automorphismes est le groupe de Ree. Il s'agit aussi du sous-groupe maximal de groupe de Fisher Fi_{22} . Il appartient aux N groupes finis simples classifiés par Thomson. Cette catégorie compte en dehors du groupe de Tits, les groupes de Suzuki $Sz(2^{2n+1})$, le groupe unitaire $U_3(3)$, le groupe alterné A_7 , le groupe de Mathieu M_{11} et les groupes spéciaux linéaires $PSL_2(q)$ et $PSL_3(3)$. Le groupe d'automorphismes extérieurs du groupe de Tits, est d'ordre 2. Il est engendré par l'automorphisme qui envoie (a, b) sur $(a, bbababababbababababa)$. Le groupe de Tits n'a pas de (B, N) paire contrairement au groupe de Ree. Cette notion est fondamentale car elle permet à partir des deux sous-groupes B et N du groupe, de construire un immeuble, au sens de Tits, sur lequel agit le groupe.