

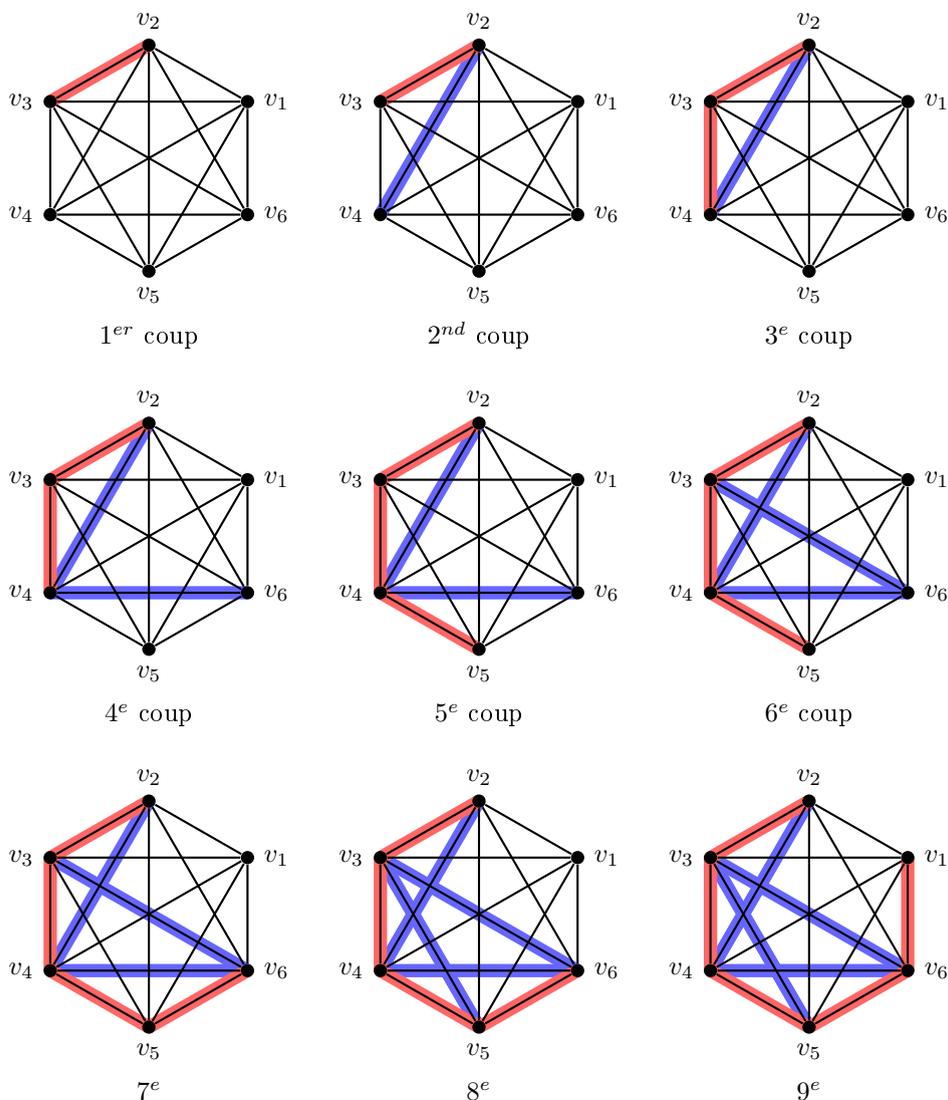
Approche stratégique et calculatoire du Jeu de Frank

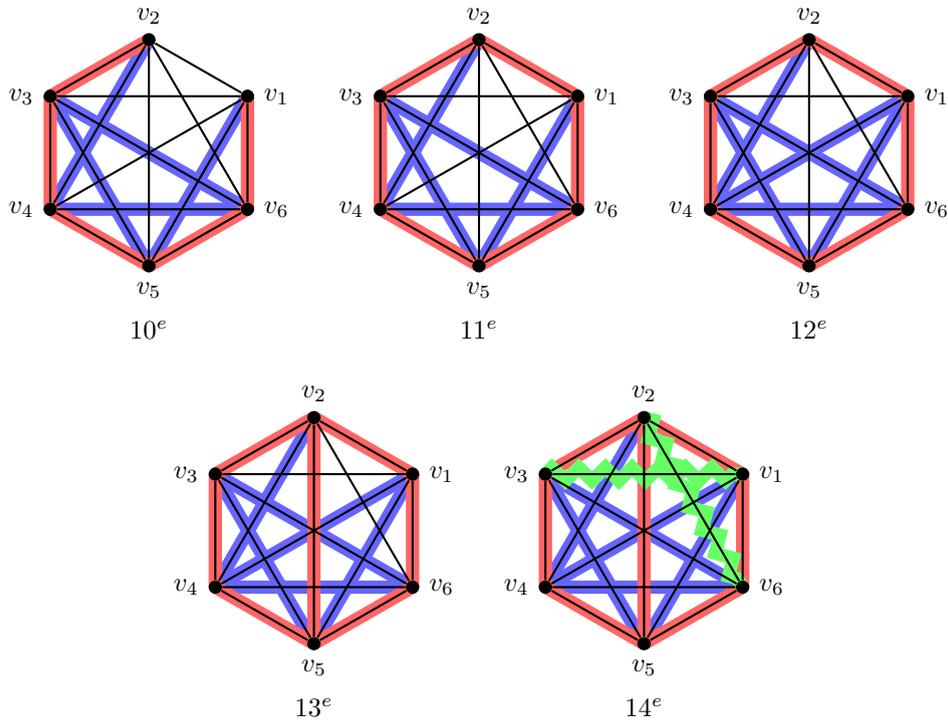
P. Gazzano, N. Lygeros

1 Exemple de stratégie de circuit

Suite aux trois premières notes dans lesquelles nous avons décrit les règles du jeu et différentes stratégies de coopération ou non-coopération, nous décrivons maintenant à titre d'exemple une partie avec une stratégie de circuit.

Dans cet exemple, le joueur Rouge commence et gagne. Rouge joue 7 coups et ne fait pas de triangle monochromatique. Le second joueur (Bleu) joue 6 coups mais se trouve bloqué au 14^e coup.

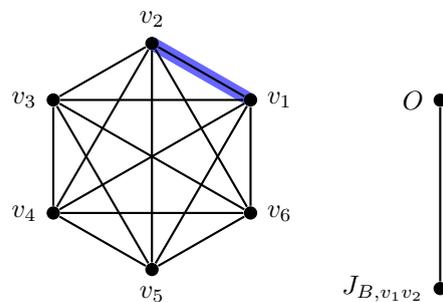




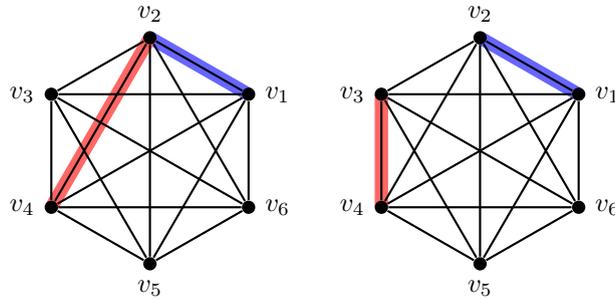
Au 14^e , Bleu ne peut pas jouer v_3v_1 et v_2v_6 et donc perd la partie.

2 Considérations algorithmiques et calculatoires

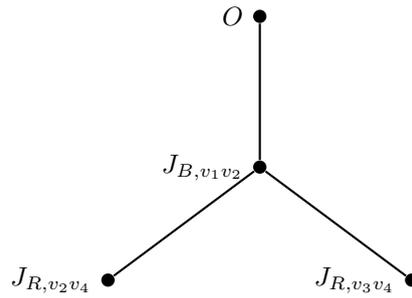
Nous allons étudier la complexité structurelle du Jeu de Frank. Etant donné que nous sommes dans la formalisation de Stackleberg, nous représentons l'évolution du jeu sous forme d'arbre. Plutôt que de calculer le nombre de coups, nous allons déterminer les invariants des coups à chaque étape. Par exemple le premier joueur peut jouer au hasard lors du premier coup. Cela ne détermine en rien l'évolution ultérieure du jeu. Au lieu d'avoir 15 coups différents nous considérons qu'il n'y en a qu'un : tous les autres lui sont isomorphes. Nous avons donc un arbre dont la racine est de degré 1 :



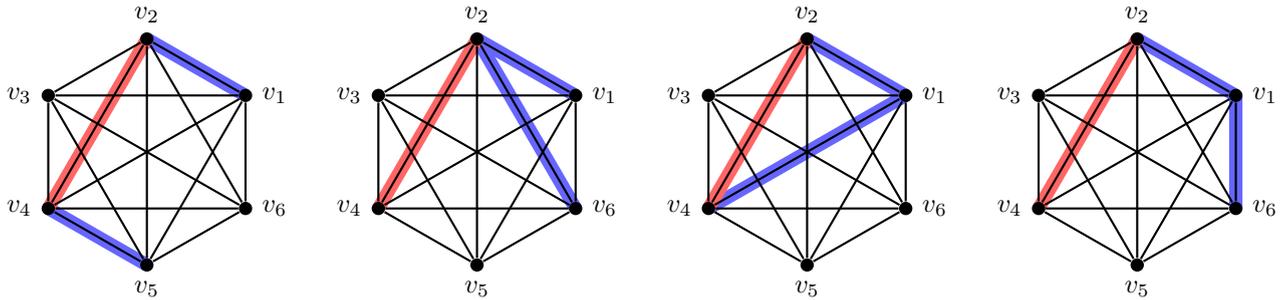
Le joueur Rouge a deux possibilités. Soit il fait partir du même sommet, soit il va prendre un autre sommet. S'il prend le même sommet, mettons v_2 , son coup sera v_2v_i avec i différent de 1. S'il prend un autre sommet, son coup sera une arête disjointe de celle de b, mettons v_3v_4 .



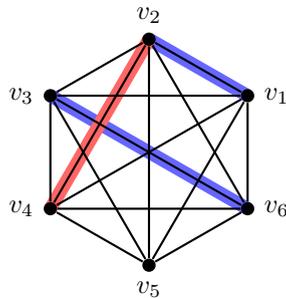
Nous avons l'arbre :



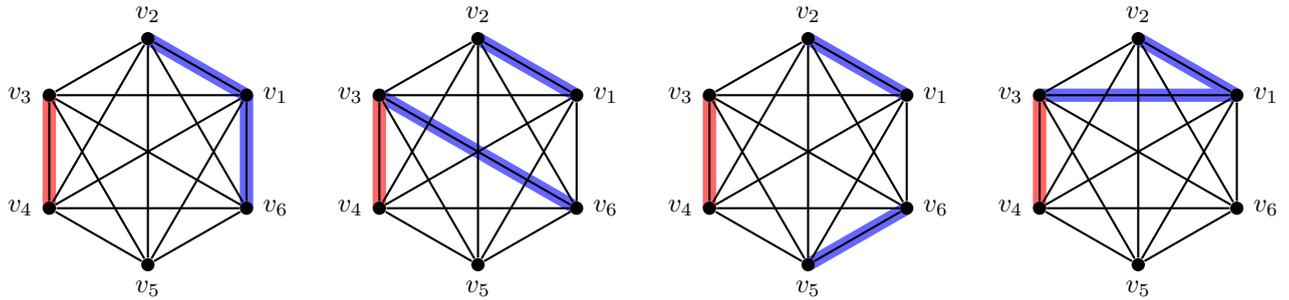
Pour le joueur Bleu, lorsque c'est son second tour, si on se trouve dans le premier cas, alors il fait face à trois possibilités. Soit il fait une figure en forme de 'N' en partant d'un sommet rouge (v_4v_5), soit il fait une triple arête (v_2v_6), soit il ferme le triangle (v_1v_4), soit il fait une figure en forme d'un autre 'N' en partant d'un sommet bleu (v_1v_6) :



Ou enfin, son coup est totalement disjoint : par exemple, il peut faire v_3v_6 .



Maintenant, si le premier joueur se trouve en face de la second configuration (celle qui est disjointe), le joueur bleu peut, soit créer un point de contact avec l'arête bleue (v_1v_6) ou l'arête rouge (v_3v_6), ou soit rejouer en disjoint (v_5v_6) ou enfin créer une connection avec les deux premières arêtes.



Nous avons l'arbre suivant :

